



Prüfung:

Termin:

Prüfer:

Hilfsmittel:

Informationstechnik MT 7D51

Freitag, 18. Juli 2008

11:00 – 13:00

Prof. J. Walter

beliebig / kein Internet / kein WLAN

Name:

Vorname:

Projekt:

Stick:

PC:

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	15	
4	11	
5	3	
Gesamt	53	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzen. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.

Schreiben Sie nur den Ansatz und das Ergebnis/Skizze auf die Blätter. Die gesamte Lösung erstellen Sie auf dem Stick in den Ordnern:

A1_Nachname, A2_Nachname, A3_Nachname, A4_Nachname

Mit Abgabe dieser Arbeit bestätigen Sie das Löschen von HPVEE „Classroom-Lizenz“ auf ihrem PC.

WICHTIG: IN JEDER LÖSUNG MUSS AM ANFANG: NAME + MATR.-NR. STEHEN!



1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (12 Punkte)

Die Funktion:

$D1 :=$

$$t (\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t - 1)) + (t - 2) (\text{Heaviside}(t - 1) - \text{Heaviside}(t - 2))$$

soll im Bereich $0 \leq t \leq 2.0$ optimal durch die Funktion $y := a + b \sin(\pi t) + c \sin(2 \pi t)$ angenähert werden.

- a) 8P Bestimmen Sie die Funktion. Hinweis: Plotten Sie die Funktion D1
- b) 2P Skizzieren Sie das Ergebnis.
- c) 2P Um welche-r/n Stelle/n tritt die größte Abweichung auf?

Lösung:

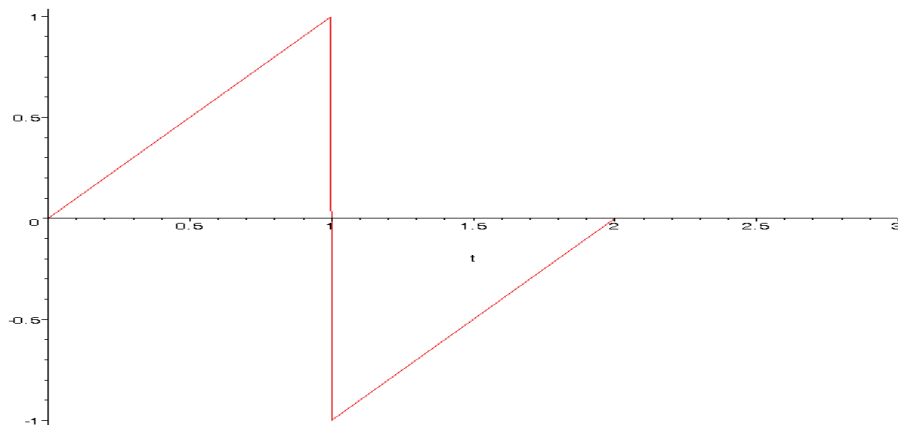
> **restart;**

> **D1:=t*(Heaviside(t)-Heaviside(t-1))+(t-2)*(Heaviside(t-1)-Heaviside(t-2));**

$D1 :=$

$$t (\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t - 1)) + (t - 2) (\text{Heaviside}(t - 1) - \text{Heaviside}(t - 2))$$

> **plot(D1,t=0..3);**



>

> **y:=a+b*sin(Pi*t)+c*sin(2*Pi*t);**

$$y := a + b \sin(\pi t) + c \sin(2 \pi t)$$

> **dSa:=diff(int((y-D1)^2,t=0..2),a);**

$$dSa := \frac{-3c - 6b + 12a\pi}{3\pi} + \frac{2b + c}{\pi} + \frac{12b - 6c - 6\pi + 12a\pi}{6\pi} + \frac{-12b + 6c + 6\pi - 12a\pi}{6\pi}$$



```
> dSb:=diff(int((y-D1)^2,t=0..2),b);
```

$$dSb := \frac{6 b \pi - 6 a - 12}{3 \pi} + \frac{2 a}{\pi} + \frac{12 a - 12 + 6 b \pi}{6 \pi} + \frac{-12 a + 12 - 6 b \pi}{6 \pi}$$

```
> dSc:=diff(int((y-D1)^2,t=0..2),c);
```

$$dSc := \frac{-3 a + 6 + 6 c \pi}{3 \pi} + \frac{a}{\pi} + \frac{6 - 6 a + 6 c \pi}{6 \pi} + \frac{-6 + 6 a - 6 c \pi}{6 \pi}$$

```
>
```

```
> solve({dSa, dSb, dSc},{a,b,c});
```

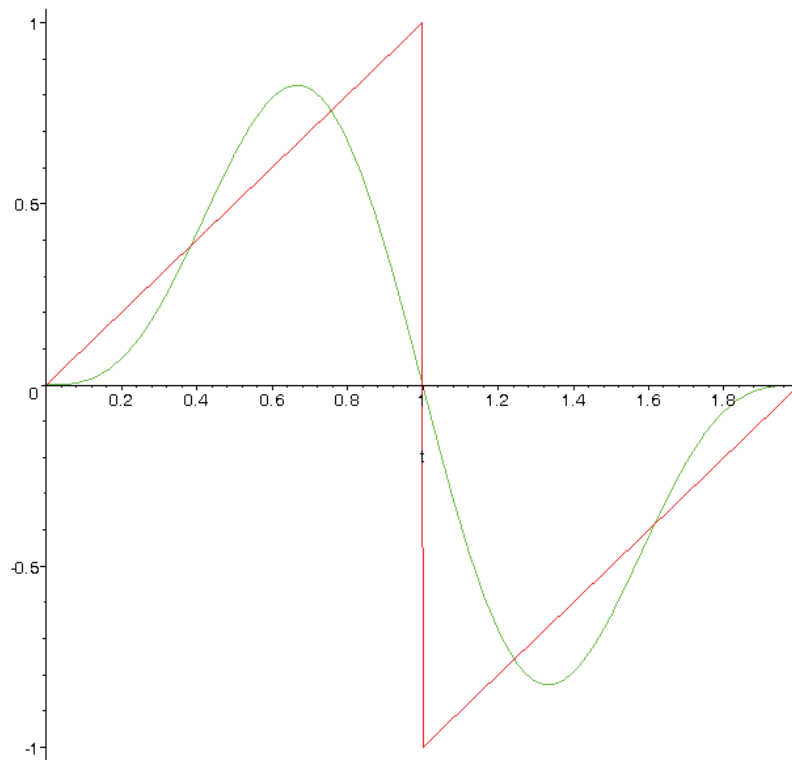
$$\{a = 0, c = -\frac{1}{\pi}, b = \frac{2}{\pi}\}$$

```
> y1:=(2/Pi)*sin(Pi*t)+0+(-1/Pi)*sin(2*Pi*t);
```

```
>
```

$$y1 := \frac{2 \sin(\pi t)}{\pi} - \frac{\sin(2 \pi t)}{\pi}$$

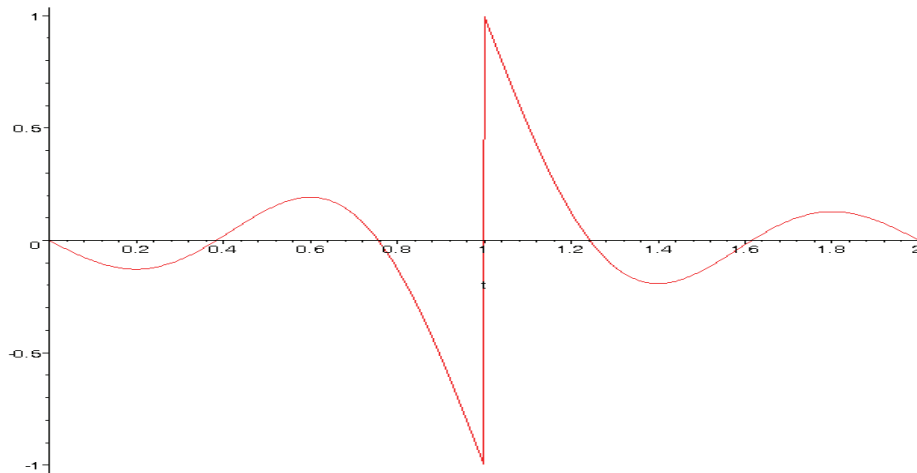
```
> plot([D1,y1],t=0..2);
```



```
> AB:=y1-D1;
```

$$AB := \frac{2 \sin(\pi t)}{\pi} - \frac{\sin(2 \pi t)}{\pi} - t (\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t-1)) - (t-2) (\text{Heaviside}(t-1) - \text{Heaviside}(t-2))$$

```
> plot(AB,t=0..2);
```



> Abb.: Differenz der beiden Funktionen

>

An der Stelle $t=1$ tritt die größte Abweichung auf.



2. DFT (12 Punkte)

Die Funktion

$D1 :=$

$$t(\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t-1)) + (t-2)(\text{Heaviside}(t-1) - \text{Heaviside}(t-2))$$

mit der Abtastfrequenz von 5 Hz mit der Blockgröße $N=10$ abgetastet.

- 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
- 1P Tragen Sie die Amplitudenwerte der Funktion in die Tabelle ein.
- 1P Skizzieren Sie die Funktion und deren Abtastwerte.
- 6P Berechnen Sie für die Funktion aus den Abtastwerten jeweils die skalierte DFT für $m=0, m=1, m=2, m=3, m=4, m=5$. Bitte mit Angabe der Formel!!!
- 1P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum der skalierten DFT für die Funktion.
- 2P Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Amplitudenwerten von Aufgabe 1 und Aufgabe 2

n=	t/s	f[n]	
0	0	0	
1	0,2	0.2	
2	0,4	0.4	
3	0,6	0.6	
4	0,8	0.8	
5	1,0	-1	
6	1,2	-0.8	
7	1,4	-0.6	
8	1,6	-0.4	
9	1,8	-0.2	

Lösung d)

$$|S_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

m0 =	m1=	m2=	m3=	m4=	m5=
0,1	0,6472	0,3402	0,2472	0,2103	0,2

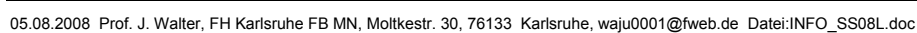
Lösung f)

Die Amplitudenwerte von Aufgabe 1, a,b,c müssten mit den Amplitudenwerten von Aufgabe 2 übereinstimmen. Erhöht man die Anzahl der Abtastpunkte / Abtastfrequenz werden die Werte konvergieren.

a mit m0

b mit m1

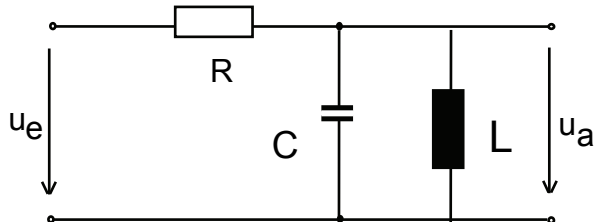
c mit m2





3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (15 Punkte)

Gegeben ist ein Tiefpass:



Schaltung mit R L und C

- a) (3P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$
- b) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_2(s)$ für die Werte $R=1$, $C=1$, $L=1$
 - Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.

(10P) Bestimmen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems $G_2(s)$ auf die Eingangsfunktion:

$$x := t (\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t - 1)) + (t - 2) (\text{Heaviside}(t - 1) - \text{Heaviside}(t - 2))$$

Hinweis: Schreiben Sie den Ansatz für Maple auf. Als Ergebnis genügt die Skizze. Das Ergebnis ist etwas umfangreicher. Skizzieren Sie die Eingangsfunktion.

- c) (2P) Skizzieren Sie Antwort für $t=0$ bis $t=10$.

Lösung Aufgabe 3a

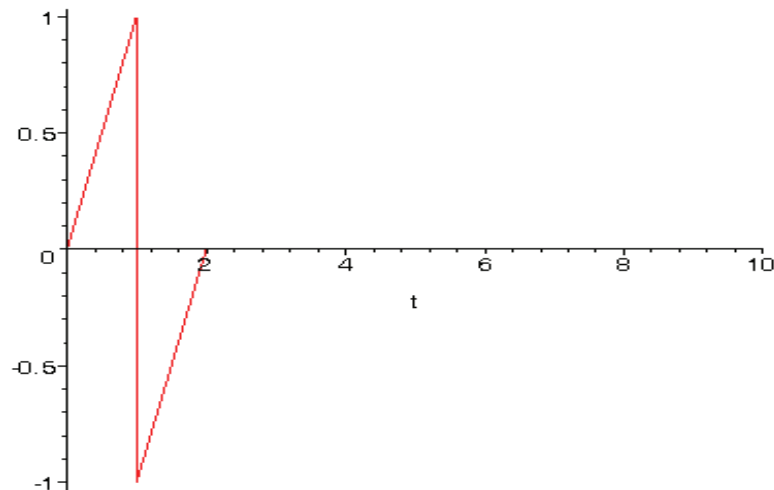
$$G_1 = \frac{U_a}{U_e} = \frac{\frac{sL \cdot \frac{1}{sC}}{sL + \frac{1}{sC}}}{R + \frac{sL \cdot \frac{1}{sC}}{sL + \frac{1}{sC}}} = \frac{sL}{RLC \cdot s^2 + sL + R}$$

Lösung Aufgabe 3b

$$G_2 = \frac{sL}{RLC \cdot s^2 + sL + R} = \frac{s}{s^2 + s + 1}$$



```
> restart;  
> x:=t*(Heaviside(t)-Heaviside(t-1))+(t-2)*(Heaviside(t-1)-  
Heaviside(t-2));  
x:=t(Heaviside(t)-Heaviside(t-1))+(t-2)(Heaviside(t-1)-Heaviside(t-2))  
> plot(x,t=0..10);
```



```
> with(inttrans):  
> X:=laplace(x,t,s);
```

$$X := \frac{1}{s^2} - \frac{2e^{(-s)}}{s} - \frac{e^{(-2s)}}{s^2}$$

```
> G:=s/(s^2+s+1);
```

$$G := \frac{s}{s^2 + s + 1}$$

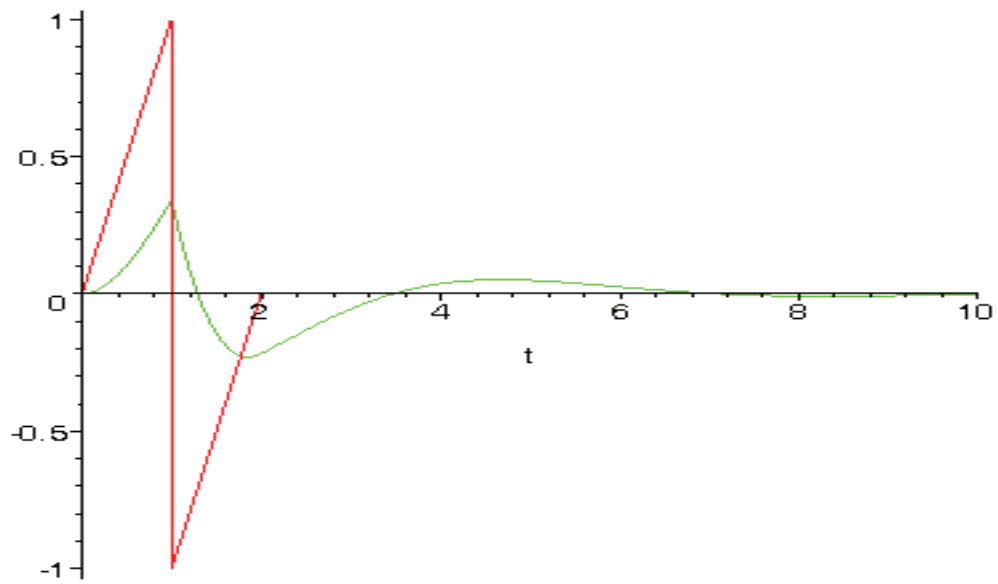
```
> Y:=G*X;
```

$$Y := \frac{s \left(\frac{1}{s^2} - \frac{2e^{(-s)}}{s} - \frac{e^{(-2s)}}{s^2} \right)}{s^2 + s + 1}$$

```
> y:=invlaplace(Y,s,t);
```

$$y := \frac{4}{3} \text{Heaviside}(t-1) \sqrt{3} e^{\left(-\frac{t}{2}+1/2\right)} \sin\left(\frac{\sqrt{3}(t-1)}{2}\right) + \\ \left(-1 + e^{\left(-\frac{t}{2}+1\right)} \cos\left(\frac{\sqrt{3}(t-2)}{2}\right) + \frac{1}{3} \sqrt{3} e^{\left(-\frac{t}{2}+1\right)} \sin\left(\frac{\sqrt{3}(t-2)}{2}\right) \right) \text{Heaviside}(t-2) \\ + 1 - e^{\left(-\frac{t}{2}\right)} \cos\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}\right) - \frac{1}{3} \sqrt{3} e^{\left(-\frac{t}{2}\right)} \sin\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}\right)$$

```
> plot([x,y],t=0..10);
```

>
>



4 FIR-Filter (11 Punkte)

An einem Motoren-Prüfstand werden jeweils ein Hochpass und ein Tiefpass mit der Grenzfrequenz 2,5 kHz mit $N=10$ eingesetzt. Die Abtastfrequenz beträgt 25kHz. Die beiden Ausgangssignale werden miteinander verglichen.

- a. Berechnen Sie die Filterkoeffizienten für den Hochpass und skizzieren Sie das Ausgangssignal bei dem Eingangssignal FIR_EIN:

n=	f[n]
0	0
1	0.2
2	0.4
3	0.6
4	0.8
5	-1
6	-0.8
7	-0.6
8	-0.4
9	-0.2

- b. Berechnen Sie die Filterkoeffizienten für den Tiefpass und skizzieren Sie das Ausgangssignal bei dem Eingangssignal FIR_EIN.

a) Koeffizienten für den Hochpass

Die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

Lösung:

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * \sin\left(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}\right) = a_{-k} \text{ Formel für Tiefpass}$$

Hochpass=Allpaß - Tiefpass

k	ak	Filterkoef.
0	0,800	a0
1	-0,187	a1
2	-0,151	a2
3	-0,101	a3
4	-0,047	a4
5	0,000	a5
6	0,031	a6
7	0,043	a7
8	0,038	a8
9	0,021	a9
10	0,000	a10

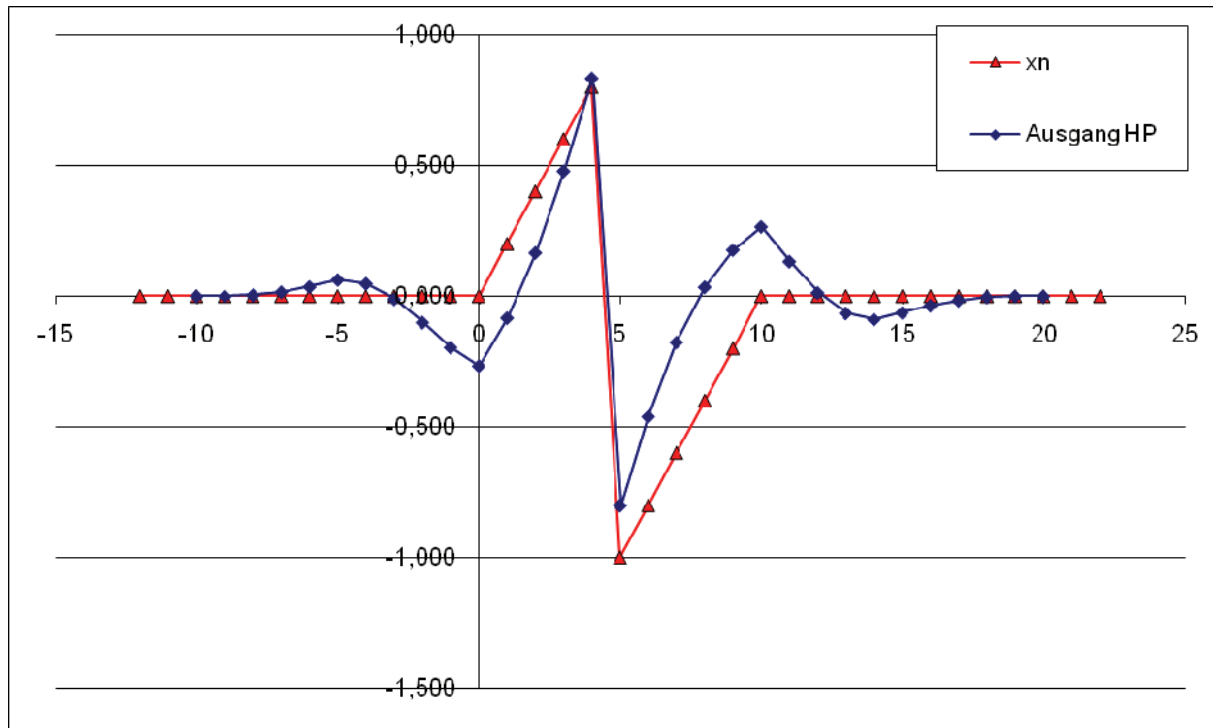


Abb.: Eingangssignal rot – Ausgangssignal des Hochpasses

b) Berechnung Tiefpass: Die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

Lösung:

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * \text{si}(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}) = a_{-k} \text{ Formel für Tiefpass}$$

k	ak	Filterkoef.
0	0,200	a0
1	0,187	a1
2	0,151	a2
3	0,101	a3
4	0,047	a4
5	0,000	a5
6	-0,031	a6
7	-0,043	a7
8	-0,038	a8
9	-0,021	a9
10	0,000	a10

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

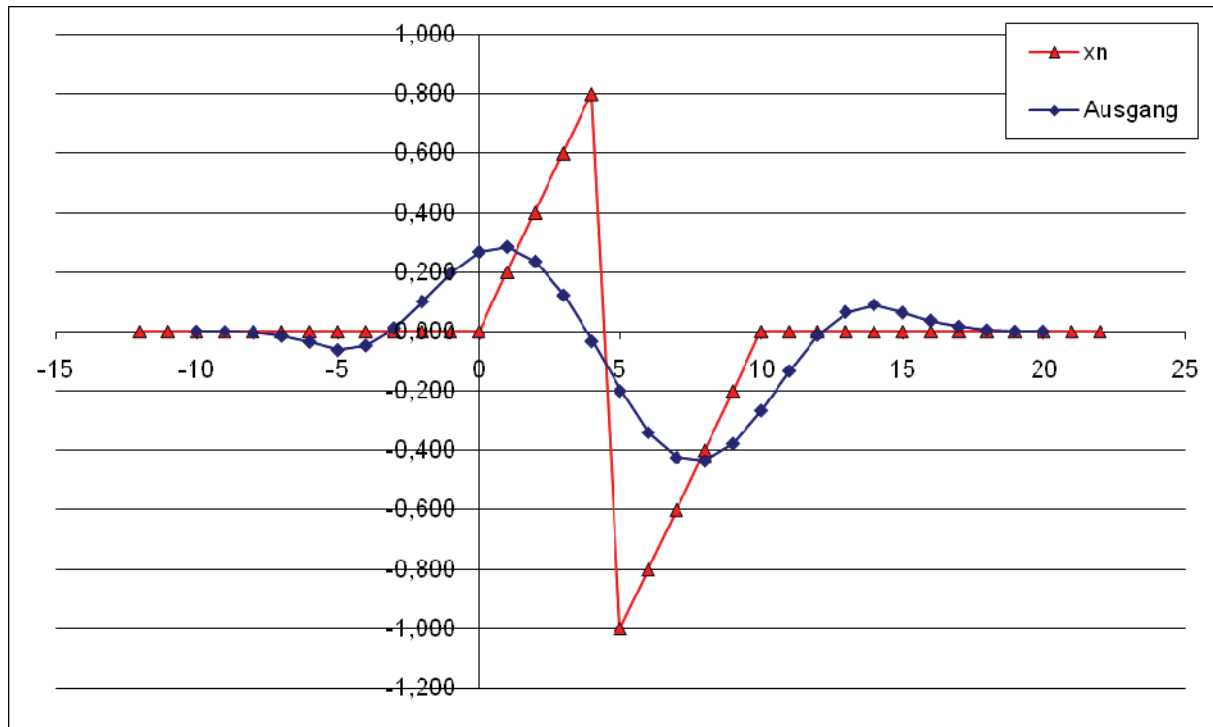


Abb.: Eingangssignal rot – Ausgangssignal des Tiefpasses blau



5. HIT Human Information Technology (3 Punkte)

Aufgrund des Sehfeldes von Menschen wurde das Seitenverhältnis bei Fernsehern auf 16/9 geändert. Neuere Fernseher mit LED Hintergrundbeleuchtung und 52" werden installiert.

a) Welche Breite hat der sichtbare Bildschirm?

B=Breite

H=Höhe

$$\frac{16}{9} = \frac{B}{H}$$

$$H = B \cdot \frac{9}{16}$$

$$D^2 = H^2 + B^2 = \left(B \cdot \frac{9}{16}\right)^2 + B^2 = B^2 \cdot \left(\frac{81}{256} + 1\right) = B^2 \cdot \frac{337}{256}$$

$$B^2 = D^2 \cdot \frac{256}{337}$$

$$B = D \cdot 0,872$$

$$B = 115,17 \text{ cm} = 45,34 \text{''}$$