Prüfung:	**Informationstechnik MT 7D51**
Termin:	**Montag, 13. Februar 2006**
	11:00 – 13:00
Prüfer:	**Prof. J. Walter**
Hilfsmittel:	**beliebig / kein Internet / kein WLAN**

Name: ___________________________

Vorname: ___________________________

Projekt: ___________________________

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	15	
4	11	
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzten. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.

1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (12 Punkte)

Die Funktion: $f(x) = 2.25 \cdot \cos(x)$ soll im Bereich $-1.5 \le x \le -1.5$ optimal durch ein Polynom $y(x) = a + bx + c \cdot x^2$ angenähert werden.

a) 8P Bestimmen Sie die Gleichung des Polynoms.
b) 2P Skizzieren Sie das Ergebnis.
c) 2P An welche-r/n Stelle/n tritt die größte Abweichung auf?

Lösung:

```
> f(x):=2.25*cos(x);
```

$$f(x) := 2.25 \cos(x)$$

```
> y(x):=a+b*x+c*x*x;
```

$$y(x) := a + b\,x + c\,x^2$$

```
> GLa:=0=diff(int(((2.25*cos(x))-(a+b*x+c*x*x))^2, x=-1.5..1.5),a);
```

$$GLa := 0 = -8.977454880 + 4.500000000\,c + 6.0\,a$$

```
> GLb:=0=diff(int(((f(x))-(y(x)))^2, x=-1.5..1.5),b);
```

$$GLb := 0 = 4.500000000\,b$$

```
> GLc:=0=diff(int(((f(x))-(y(x)))^2, x=-1.5..1.5),c);
```

$$GLc := 0 = 4.500000000\,a + 6.075000000\,c - 4.15426816$$

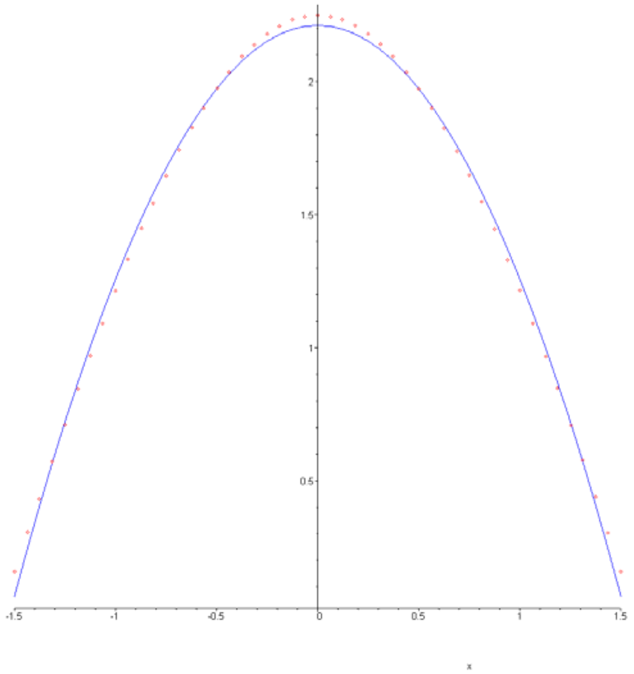
```
> solve({GLa, GLb, GLc},{a,b,c});
```

$$\{a = 2.212582201, c = -0.9551196281, b = 0.\}$$

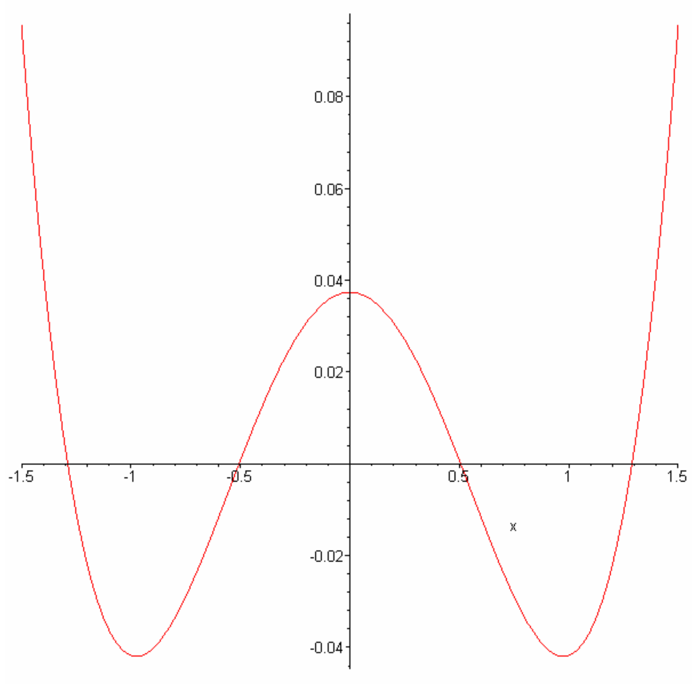
```
>  y(x):=2.212582201-.9551196281*x*x;
```

$$y(x) := 2.212582201 - 0.9551196281\,x^2$$

```
> plot([f(x),y(x)], x=-1.5..1.5, color=[red,blue], style=[point,line]);
```




```
> plot(f(x)-y(x),x=-1.5..1.5);
```



\>

2. DFT (12 Punkte)

Eine Cosinusfunktion (Amplitudenwerte +1, -1) mit der Frequenz 100 Hz und dem Offset von 0,5 wird mit der Blockgröße N=14 abgetastet. Die Messzeit ist 20ms.

a) 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
b) 1P Skizzieren Sie die Funktion und die Abtastwerte in Bild 1.
c) 8P Berechnen Sie aus den Abtastwerten die skalierte DFT für m=0, m=1, m=2, m=3, m=4,
d) 1P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum
e) 1P Erklären Sie das Ergebnis

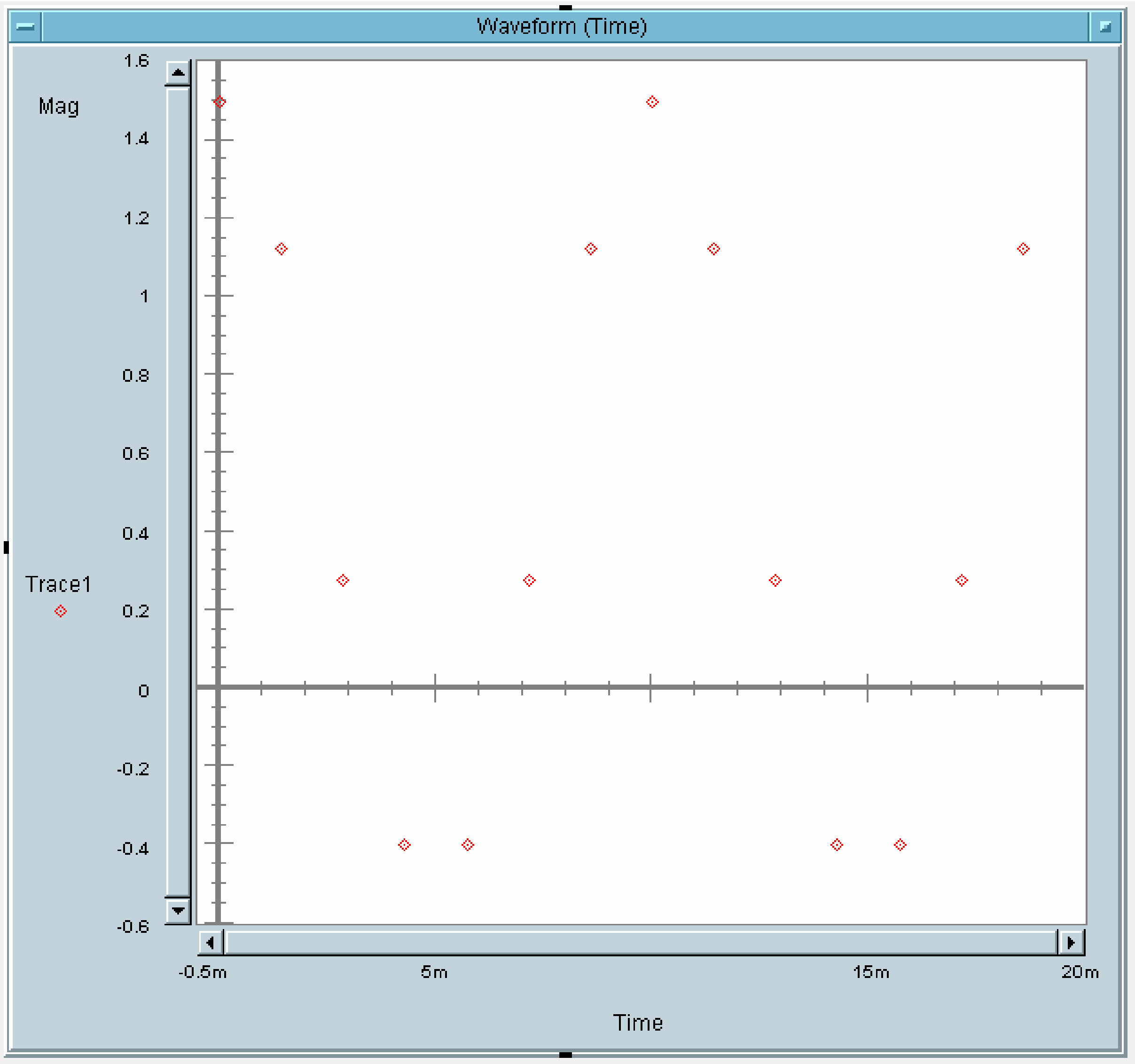


Bild 1: Cosinus mit den Abtastpunkten inkl. Offset

n=	t/ms	cos(x)
0	0	1,5
1	1,429	1,123
2	2,857	0,277
3	4,286	-0,401
4	5,714	-0,401
5	7,143	0,277
6	8,571	1,123
7	10	1,5
8	11,429	1,123
9	12,857	0,277
10	14,286	-0,401
11	15,714	-0,401
12	17,143	0,277
13	18,571	1,123

Die Werte berechnen Sie mit der Formel für die skalierte DFT:

$$|s_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos\frac{2\pi mn}{N} - j\sin\frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

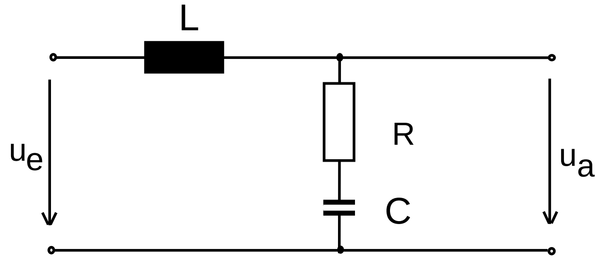
Der Mittelwert wurde m=0 wurde extra berechnet. Berechnung wird mit Excel oder HPVEE durchgeführt.

m	|A|
0	0,5
1	0
2	1
3	0
4	0

Der Offset erscheint im Amplitudendichtespektrum als Amplitude 0,5 bei der Frequenz 0 = Mittelwert

3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (15 Punkte)

Gegeben ist das R,L,C-Glied:



Schaltung mit R, L und C

a) (3P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$ – Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.

b) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion G_2 (s) für die Werte

$$\frac{R}{L}=10; \qquad \frac{1}{L\cdot C}=1000$$

c) (10P) Bestimmen Sie die Antwort y(t) des Systems G_2 (s) auf die Impulsfolge:

$$x(t) := \text{Heaviside}\ (t) - \text{Heaviside}\left(t-\frac{1}{2}\right) + \text{Heaviside}\ (t-1) - \text{Heaviside}\left(t-\frac{3}{2}\right)$$

Hinweis: Schreiben Sie den Ansatz für Maple auf. Als Ergebnis genügt die Skizze. Die Formel ist etwas umfangreicher.

d) (2P) Skizzieren Sie Antwort für t=0 bis t=2.

Lösung Aufgabe 3a

$$G_1(s)=\frac{ua}{ue}=\frac{R+\frac{1}{sC}}{sL+R+\frac{1}{sC}}=\frac{RCs+1}{LCs^2+RCs+1}=\frac{\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}$$

$$G_2(s)=\frac{10\cdot s+1000}{s^2+10\cdot s+1000}$$

$$Y(s)=G_2(s)\cdot X(s)=\frac{10\cdot s+1000}{s^2+10\cdot s+1000}\cdot\left[\frac{1}{s}-\frac{e^{-\frac{s}{2}}}{s}+\frac{e^{-s}}{s}-\frac{e^{-\frac{s}{2}\cdot s}}{s}\right]$$

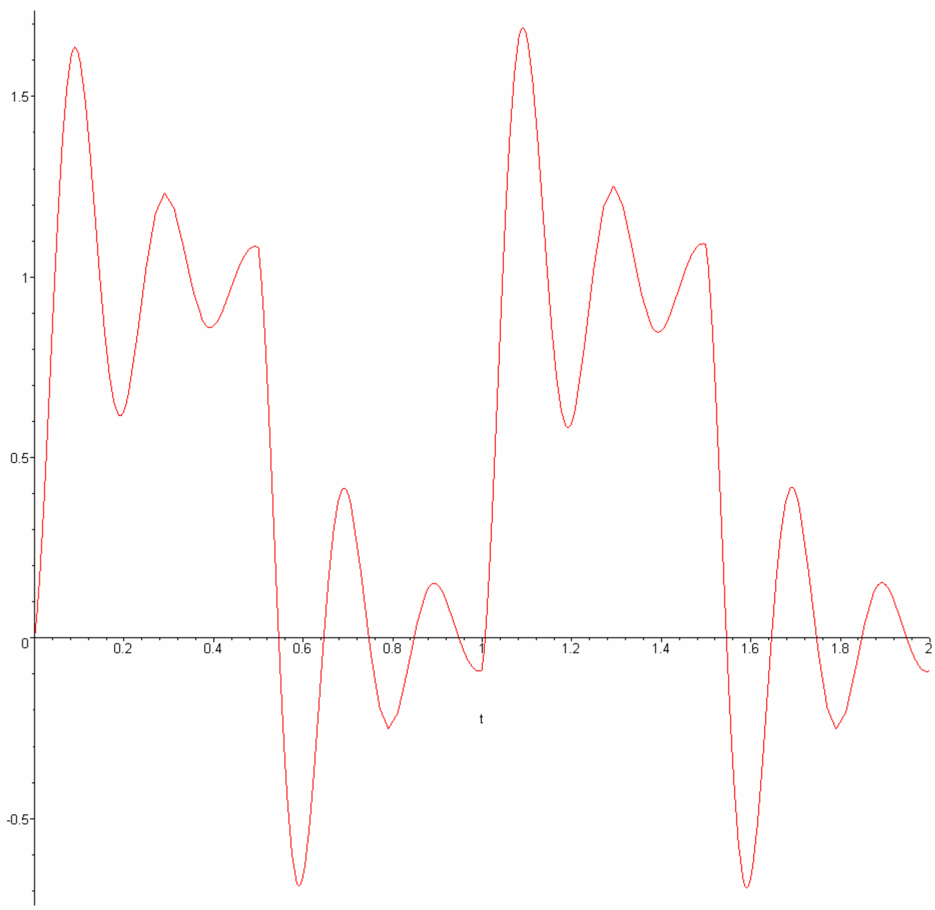
Lösung mit Maple

```
with(inttrans):assume(a>0):
y(t):=invlaplace(Y(s), s, t);
```

$$y(t):=\left(-\frac{1}{39}\sqrt{39}\,\mathbf{e}^{(-5t+5/2)}\sin\left(\frac{5\sqrt{39}\,(2t-1)}{2}\right)-1+\mathbf{e}^{(-5t+5/2)}\cos\left(\frac{5\sqrt{39}\,(2t-1)}{2}\right)\right)\mathrm{Heaviside}\left(t-\frac{1}{2}\right)$$
$$+\left(1-\mathbf{e}^{(-5t+5)}\cos(5\sqrt{39}\,(t-1))+\frac{1}{39}\sqrt{39}\,\mathbf{e}^{(-5t+5)}\sin(5\sqrt{39}\,(t-1))\right)\mathrm{Heaviside}(t-1)+$$
$$\left(-1+\mathbf{e}^{(-5t+15/2)}\cos\left(\frac{5\sqrt{39}\,(2t-3)}{2}\right)-\frac{1}{39}\sqrt{39}\,\mathbf{e}^{(-5t+15/2)}\sin\left(\frac{5\sqrt{39}\,(2t-3)}{2}\right)\right)\mathrm{Heaviside}\left(t-\frac{3}{2}\right)$$
$$+\frac{1}{39}\sqrt{39}\,\mathbf{e}^{(-5t)}\sin(5\sqrt{39}\,t)-\mathbf{e}^{(-5t)}\cos(5\sqrt{39}\,t)+1$$

Bemerkung y(t) musste nicht abgeschrieben werden.

```
y(t)
```



4 FIR-Filter (11 Punkte)

Ein Tiefpass mit der Grenzfrequenz fgunten=100Hz ist als FIR-Filter für N=8 zu entwerfen. Die Abtastfrequenz beträgt fa=5 kHz.

a) Berechnen Sie die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

b) Berechnen und skizzieren Sie die Antwort y1[n] auf einen Impuls x[n] der Breite 11 des FIR-Filters.

c) Ein zweiter TP mit den gleichen Daten folgt dem ersten TP. Berechnen und skizzieren Sie die Antwort y2[n], wenn der Ausgang von TP1 wird auf den Eingang von TP2 geschaltet ist.

Lösung:

Berechnung der Filterkoeffizienten mit:

$$\boxed{a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * si(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}) = a_{-k}}$$

Mit den ak:

k	ak
-8	0,034
-7	0,035
-6	0,036
-5	0,037
-4	0,038
-3	0,039
-2	0,04
-1	0,04
0	0,04

In die Filtergleichung eingesetzt:

$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

Ergibt sich die Tabelle:

	Eingang	Ausgang/Eingang	Ausgang
-30	0	0	
-29	0	0	
-28	0	0	
-27	0	0	
-26	0	0	
-25	0	0	
-24	0	0	
-23	0	0	
-22	0	0	0
-21	0	0	0,00112861
-20	0	0	0,00348275
-19	0	0	0,00715045
-18	0	0	0,01220952
-17	0	0	0,01872639
-16	0	0	0,02675509
-15	0	0	0,03633625
-14	0	0	0,04749641
-13	0	0,03359474	0,0602473
-12	0	0,06863217	0,07458543
-11	0	0,10494852	0,0904918
-10	0	0,14236809	0,1068032
-9	0	0,18070483	0,12337251
-8	0	0,21976406	0,14004629
-7	0	0,25934428	0,15666642
-6	0	0,29923909	0,17307195
-5	1	0,33923909	0,18910096
-4	1	0,3791339	0,2024422
-3	1	0,41871412	0,21296124
-2	1	0,42417861	0,22055183
-1	1	0,42747792	0,22513716
0	1	0,42858114	0,22667078
1	1	0,42747792	0,22513716
2	1	0,42417861	0,22055183
3	1	0,41871412	0,21296124
4	1	0,3791339	0,2024422
5	1	0,33923909	0,18910096
6	0	0,29923909	0,17307195
7	0	0,25934428	0,15666642
8	0	0,21976406	0,14004629
9	0	0,18070483	0,12337251
10	0	0,14236809	0,1068032
11	0	0,10494852	0,0904918
12	0	0,06863217	0,07458543
13	0	0,03359474	0,0602473
14	0	0	0,04749641
15	0	0	0,03633625
16	0	0	0,02675509
17	0	0	0,01872639
18	0	0	0,01220952
19	0	0	0,00715045

20	0	0	0,00348275
21	0	0	0,00112861
22	0	0	0
23	0	0	0
24	0	0	0
25	0	0	0