Informationstechnik Lösung SS 2006

Prüfung:	**Informationstechnik MT 7D51**
Termin:	**Mittwoch, 05. Juli 2006**
	8:30 – 10:30
Prüfer:	**Prof. J. Walter**
Hilfsmittel:	**beliebig / kein Internet / kein WLAN**

Name: ___________________________

Vorname: ___________________________

Projekt: ___________________________

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	15	
4	11	
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzten. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.
Mit Abgabe dieser Arbeit bestätigen Sie das Löschen von HPVEE „Classroom-Lizenz“ auf ihrem PC.

1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (12 Punkte)

Die Funktion: $f(x) := -\mathrm{Heaviside}(x+1) + 2\ \mathrm{Heaviside}(x) - \mathrm{Heaviside}(x-1)$

soll im Bereich $-1.0 \le x \le 1.0$ optimal durch ein Polynom $y(x) = a + bx + c \cdot x^2 + d \cdot x^3$ angenähert werden.

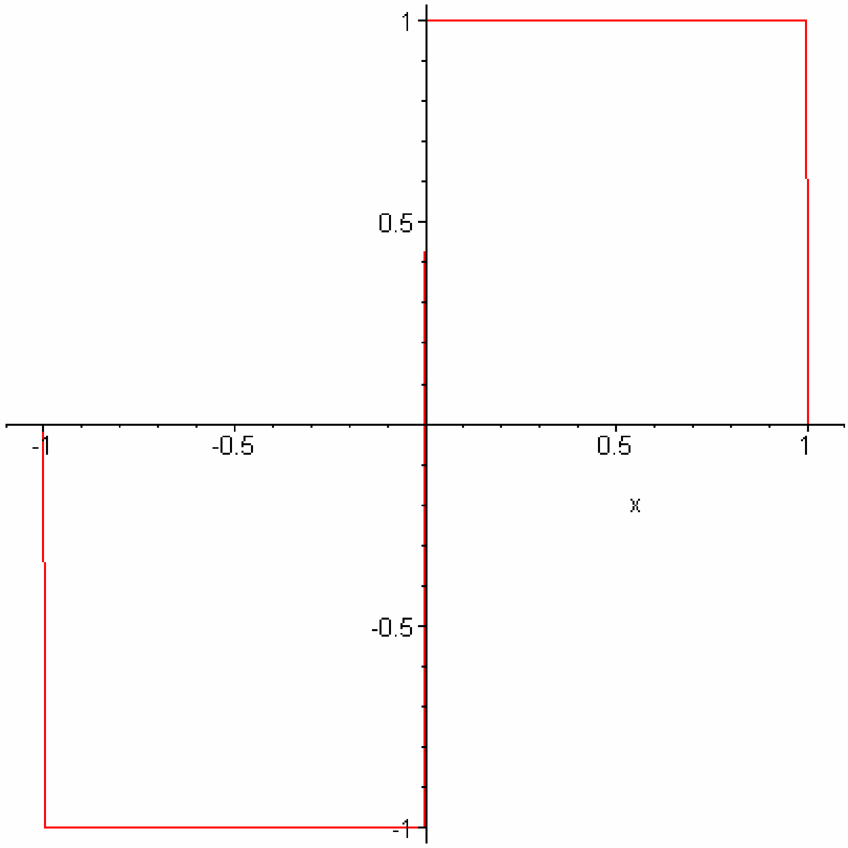
a) 8P Bestimmen Sie das Polynom.
b) 2P Skizzieren Sie das Ergebnis.
c) 2P An welche-r/n Stelle/n tritt die größte Abweichung auf?

Lösung:

```
> f(x):=-Heaviside(x+1)+2*Heaviside(x)-Heaviside(x-1);
```

$$f(x) := -\mathrm{Heaviside}(x+1) + 2\ \mathrm{Heaviside}(x) - \mathrm{Heaviside}(x-1)$$

```
> plot (f(x),x=-1.1..+1.1);
```



```
> y(x):=a+b*x+c*x^2+d*x^3;
```

$$y(x) := a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3$$

```
> GLa:=0=diff(int(((f(x))-(y(x)))^2, x=-1..1),a);
```

$$GLa := 0 = 4\,a + \frac{4\,c}{3}$$

```
> GLb:=0=diff(int(((f(x))-(y(x)))^2, x=-1..1),b);
```

$$GLb := 0 = \frac{4\,b}{3} + \frac{4\,d}{5} - 2$$

```
> GLc:=0=diff(int(((f(x))-(y(x)))^2, x=-1..1),c);
```

$$GLc := 0 = \frac{4\,c}{5} + \frac{4\,a}{3}$$

```
> GLd:=0=diff(int(((f(x))-(y(x)))^2, x=-1..1),d);
```

$$GLd := 0 = \frac{4\,b}{5} + \frac{4\,d}{7} - 1$$

```
> solve({GLa, GLb, GLc, GLd},{a,b,c,d});
```

$$\{c = 0,\ a = 0,\ b = \frac{45}{16},\ d = \frac{-35}{16}\}$$

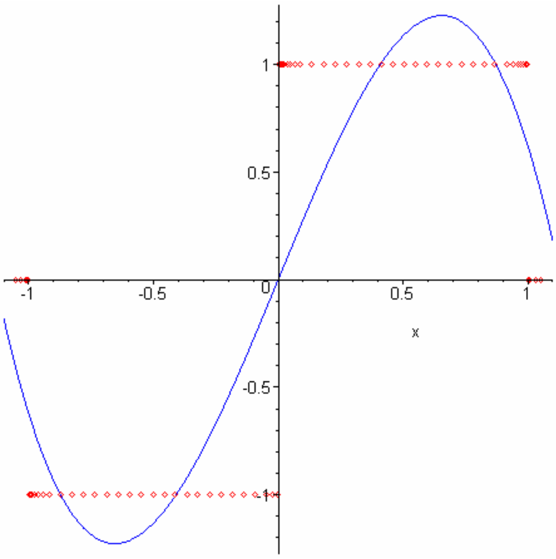
```
> y(x):=(45/16)*x-(35/16)*x^3;
```

$$\boxed{y(x) := \frac{45}{16}\,x - \frac{35}{16}\,x^3}$$

8 Punkte

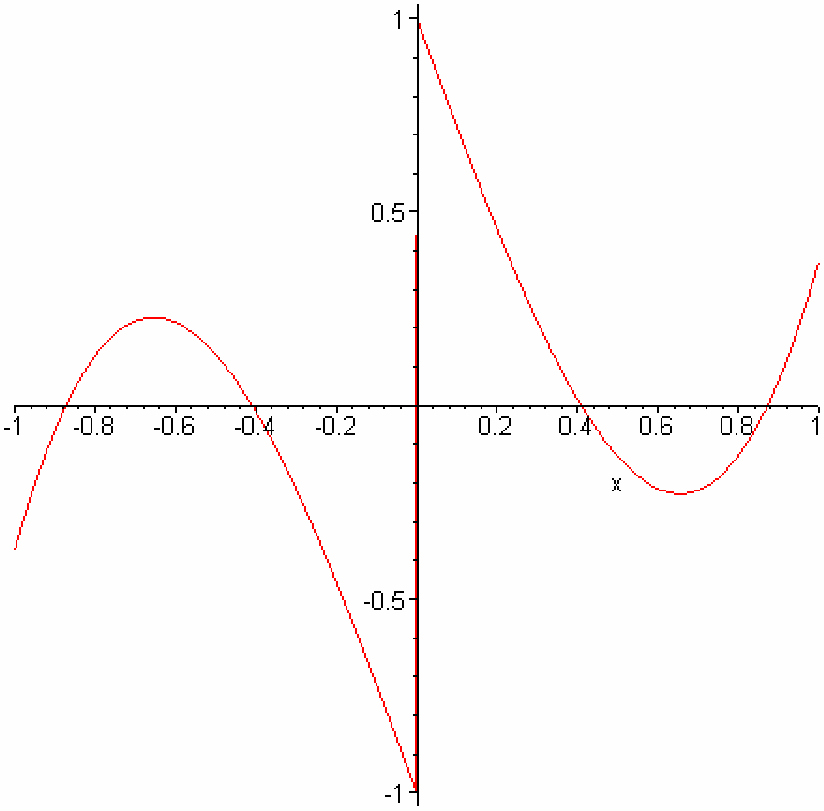
$$2.812500000\,x - 2.187500000\,x^3$$

```
> plot([f(x),y(x)], x=-1.1..1.1, color=[red,blue],
style=[point,line]);
```



2 Punkte

```
> plot(f(x)-y(x),x=-1.0..1.0);
```



2 Punkte

An den Stellen **x = 0 ;**

2. DFT (12 Punkte)

Eine Cosinusfunktion (Amplitudenwerte +1, -1) mit der Frequenz 75 Hz wird mit der Blockgröße N=10 abgetastet. Die Messzeit ist 20ms.

a) 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
b) 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Cosinusfunktion mit Hanningfenster in die Tabelle ein.
c) 1P Skizzieren Sie die beiden Funktion und deren Abtastwerte.
d) 6P Berechnen Sie für die beiden Funktionen aus den Abtastwerten jeweils die skalierte DFT für m=0, m=1, m=2, m=3, m=4, m=5. Bitte mit Angabe der Formel!!!
e) 1P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum der skalierten DFT für beide Funktionen.
f) 2P Warum sind die Amplituden ab der vierfachen Grundfrequenz der gefensterten Funktion kleiner als 0,1?

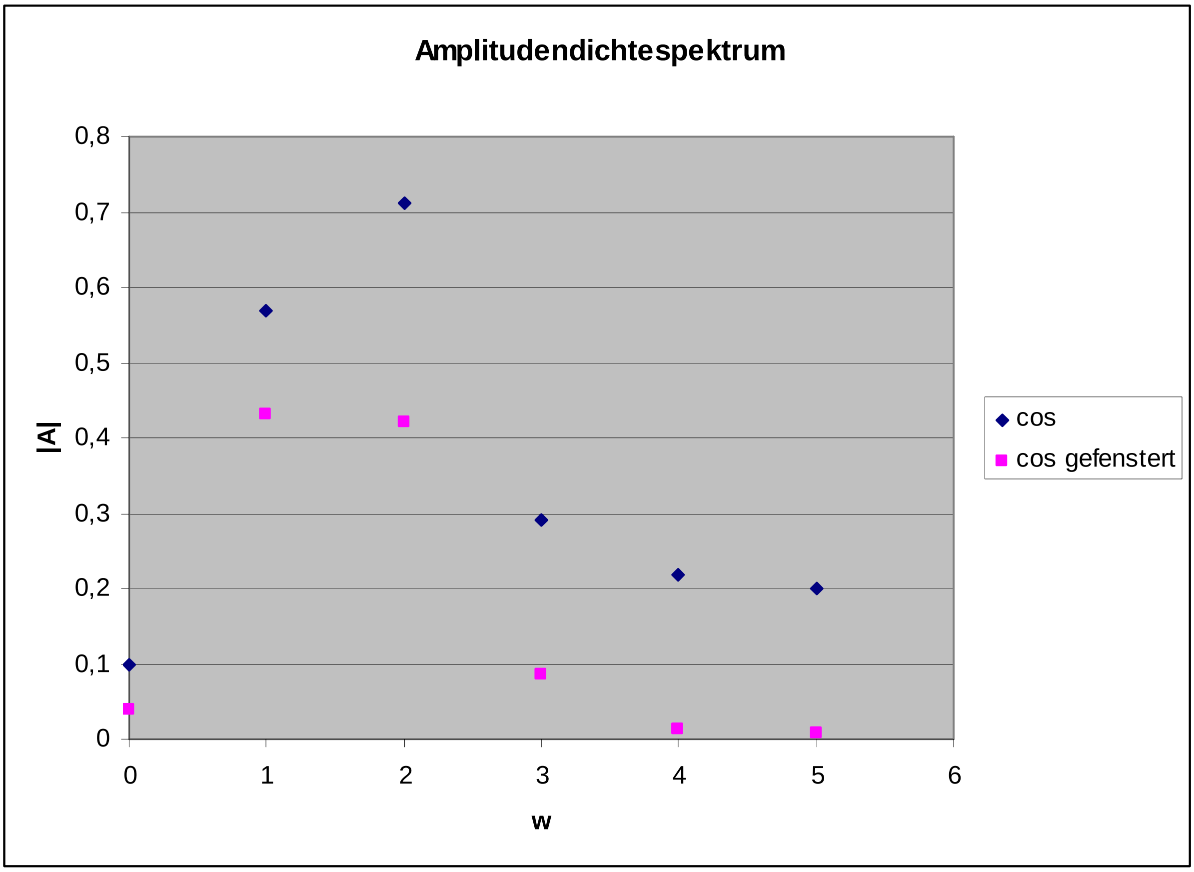
n=	t/ms	cos(x)	cos(x) mit Hanning fenster
0	0	1	24.47m
1	2	0.5878	0.1211
2	4	-0.309	-0.1545
3	6	-0.9511	-0.755
4	8	-0.809	-0.7892
5	10	0	0
6	12	0.809	0.6423
7	14	0.9511	0.4755
8	16	0.309	63.69m
9	18	-0.5878	-14.3m

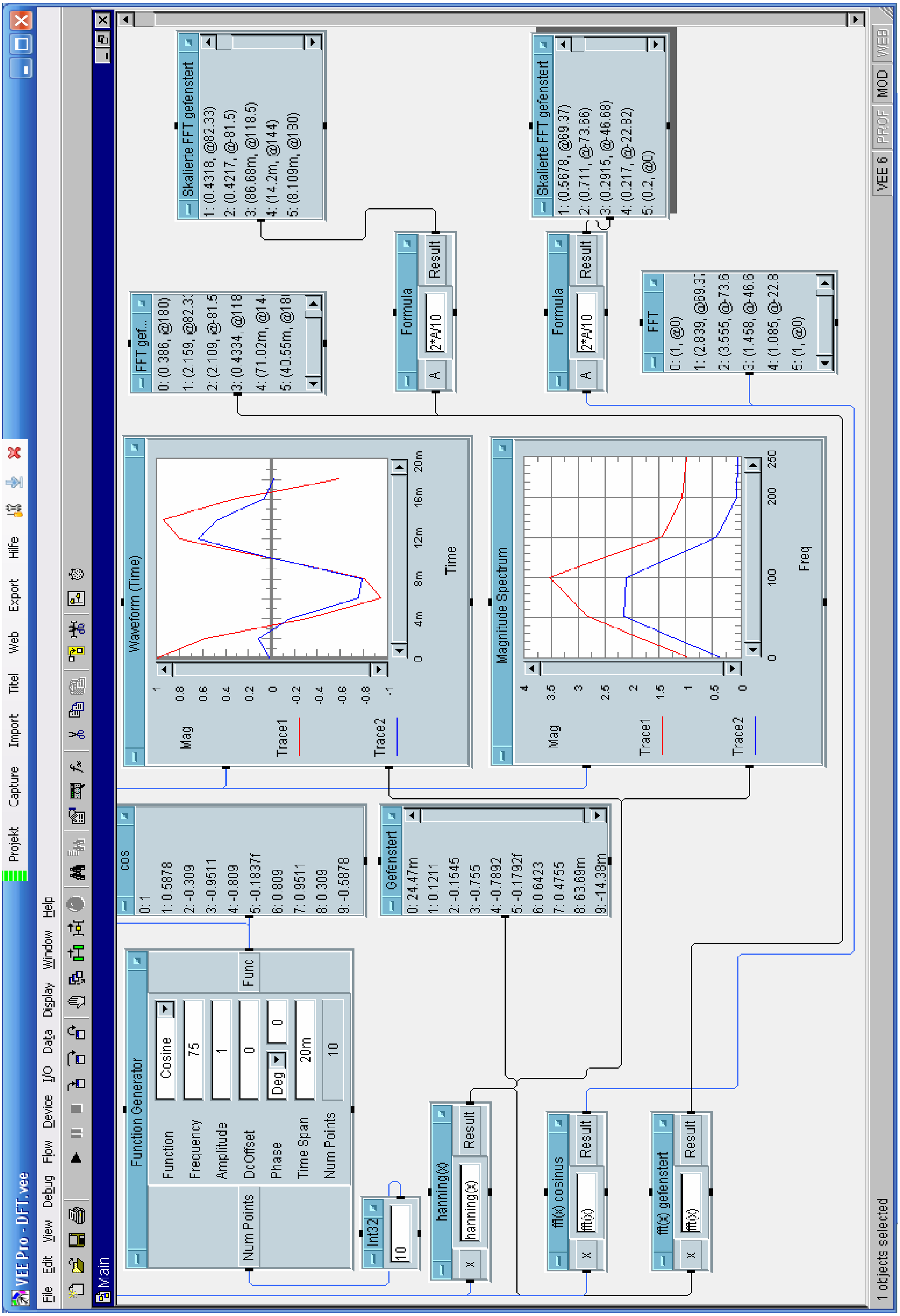
Skizze : in HPVEE S. 7

$$|s_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos\frac{2\pi mn}{N} - j\sin\frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

In HPVEE sind Besonderheiten bei der einfachen DFT zu beachten :
1. Es wird die Definition der DFT berechnet, nicht die skalierte DFT
2. Automatisch wird die FFT berechnet, sobald 2^N-Werte vorhanden sind und dies dann fälschlicherweise immer mit FFT bezeichnet.
3. Der Mittelwert ist gesondert zu berechnen =Summe der Werte / Anzahl der Werte
4. Die Amplitudenwerte sind mit 2/N zu multiplizieren

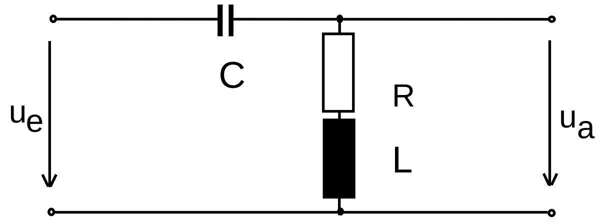
m	Amplitude DFT Cosinus	DFT Cosinus mit Fenster
0	0.1	0,038594
1	0.5678	0.4318
2	0.711	0.4217
3	0.2915	86.68m
4	0.217	14.2m
5	0.2	8.109m




VEE Pro - DFT.vee
Main
Function Generator
Function
Frequency
Amplitude
DcOffset
Phase
Time Span
Num Points
Cosine
75
1
0
20m
10
Int32
cos
Gefenstert
hanning(x)
fft(x) cosinus
fft(x) gefenstert
Waveform (Time)
Magnitude Spectrum
Mag
Trace1
Trace2
Time
Freq
FFT
FFT gef...
Formula
2*A/10
Result
Skalierte FFT gefenstert
1 objects selected

3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (15 Punkte)

Gegeben ist das R,L,C-Glied:



Schaltung mit R, L und C

a) (3P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$ – Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.

b) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion G_2 (s) für die Werte $\frac{R}{L} = 1; \quad \frac{1}{L \cdot C} = 10$

(10P) Bestimmen Sie die Antwort y(t) des Systems G_2 (s) auf:

x(t):=-Heaviside(t)+2*Heaviside(t-1)-Heaviside(t-2);

Hinweis: Schreiben Sie den Ansatz für Maple auf. Als Ergebnis genügt die Skizze. Das Ergebnis ist etwas umfangreicher.

c) (2P) Skizzieren Sie Antwort für t=0 bis t=10.

Lösung Aufgabe 3a

```
> restart;
> with (inttrans):
> assume(a>0);
> x(t):=-Heaviside(t)+2*Heaviside(t-1)-Heaviside(t-2);
```

$$x(t) := -\mathrm{Heaviside}(t) + 2\,\mathrm{Heaviside}(t-1) - \mathrm{Heaviside}(t-2)$$

```
> X(s):=laplace(x(t),t,s);
```

$$X(s) = \frac{1}{s} - \frac{\mathrm{Heaviside}(x-1)}{s}$$

$$X(s) := -\frac{1}{s} + \frac{2\,e^{(-s)}}{s} - \frac{e^{(-2\,s)}}{s}$$

```
> G(s):=(s^2+1*s)/(s^2+1*s+10);
```

$$G(s) := \frac{s^2+s}{s^2+s+10}$$

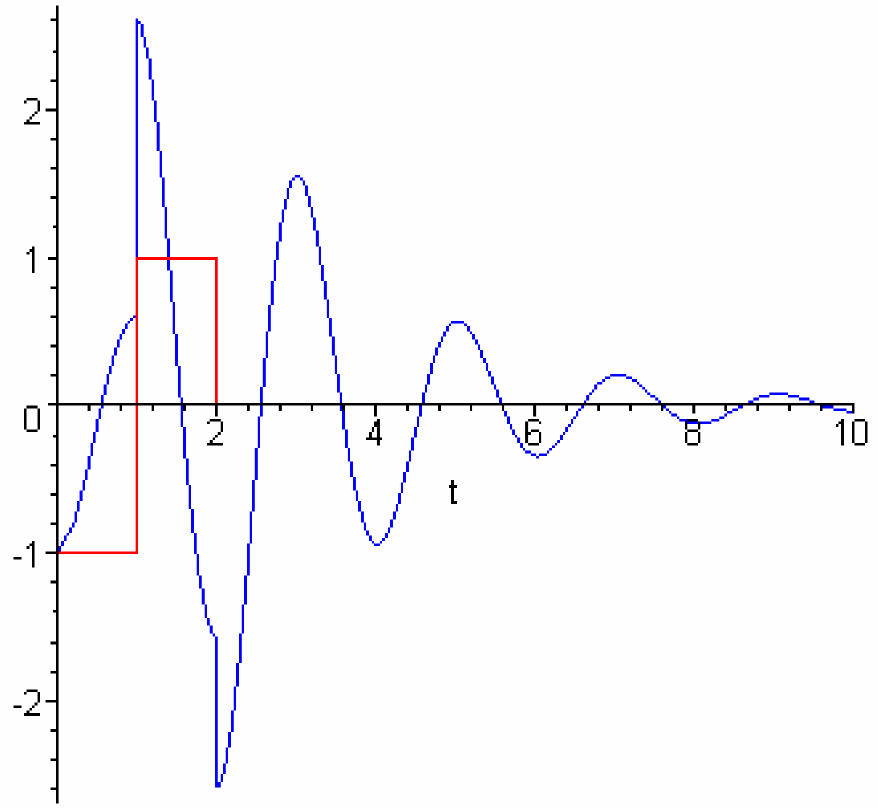
```
>
> Y(s):=G(s)*X(s);
```

$$Y(s) := \frac{(s^2+s)\left(-\frac{1}{s}+\frac{2\,e^{(-s)}}{s}-\frac{e^{(-2\,s)}}{s}\right)}{s^2+s+10}$$

```
> y(t):=invlaplace(Y(s), s, t);
```

$$y(t) := \left(2\,e^{\left(-\frac{t}{2}+1/2\right)}\cos\left(\frac{\sqrt{39}\,(t-1)}{2}\right)+\frac{2}{39}\sqrt{39}\,e^{\left(-\frac{t}{2}+1/2\right)}\sin\left(\frac{\sqrt{39}\,(t-1)}{2}\right)\right)$$
$$\mathrm{Heaviside}(t-1)+$$
$$\left(-e^{\left(-\frac{t}{2}+1\right)}\cos\left(\frac{\sqrt{39}\,(t-2)}{2}\right)-\frac{1}{39}\sqrt{39}\,e^{\left(-\frac{t}{2}+1\right)}\sin\left(\frac{\sqrt{39}\,(t-2)}{2}\right)\right)\mathrm{Heaviside}(t-2)$$
$$-e^{\left(-\frac{t}{2}\right)}\cos\left(\frac{\sqrt{39}\,t}{2}\right)-\frac{1}{39}\sqrt{39}\,e^{\left(-\frac{t}{2}\right)}\sin\left(\frac{\sqrt{39}\,t}{2}\right)$$

```
> plot([x(t),y(t)], t=0..10, color=[red,blue],
style=[line,line]);
```



>

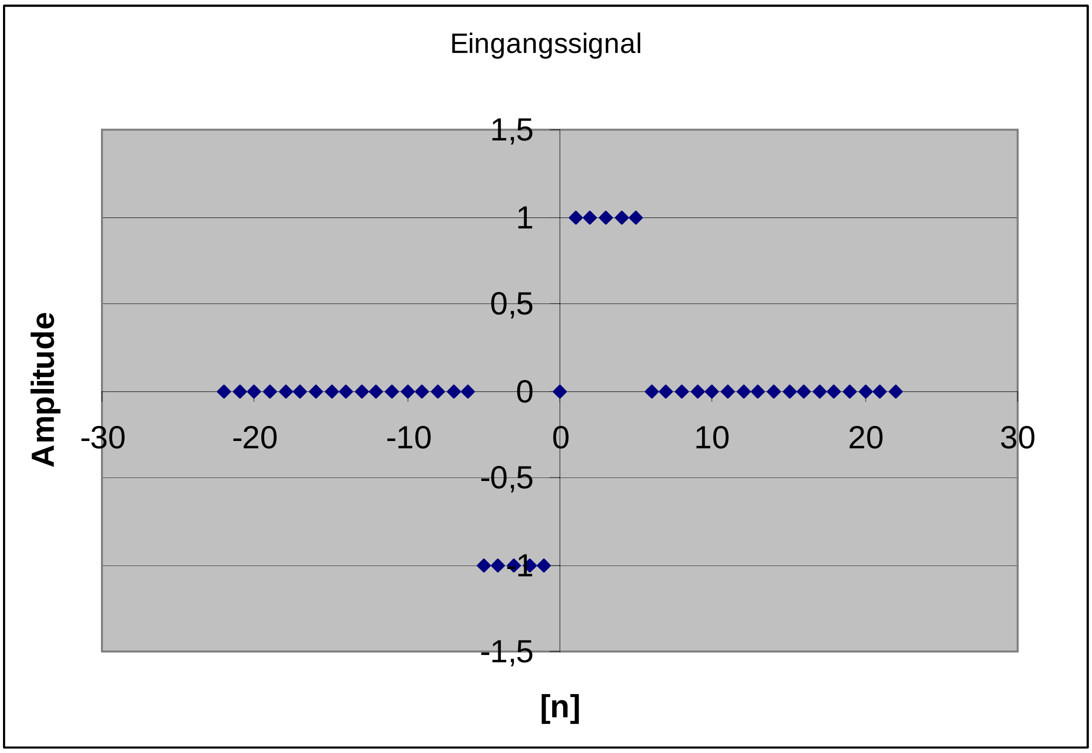
4 FIR-Filter (11 Punkte)

Eine Bandsperre mit der Grenzfrequenz fgunten=400Hz und fgoben=600Hz ist als FIR-Filter für N=8 zu entwerfen. Die Abtastfrequenz beträgt fa=10 kHz.

a) Berechnen Sie die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

b) Berechnen und skizzieren Sie die Antwort y1[n] auf das Eingangssignal:



Lösung:

$$\boxed{a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * si(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}) = a_{-k}}$$

In die Filtergleichung eingesetzt:

$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$ Filterkoeffizienten in der nachstehenden Excel-Tabelle.

Bandpass=Tiefpassoben**-Tiefpass**unten
Bandsperre = Allpass-Bandpass

FIR-Filter	Delta_t	fa	fgu	fgo	fgu/fa	fgo/fa
		10000	400	600	0,04	0,06

k	aku	ako		Allpass	Bandsperre	**ak**
-8	0,03600192	0,00498685	-0,0310151	0	0,03101507	**0,031**
-7	0,04466739	0,02190671	-0,0227607	0	0,02276068	**0,023**
-6	0,05294696	0,040877	-0,01207	0	0,01206997	**0,012**
-5	0,06054614	0,06054614	0	0	0	**0**
-4	0,06718948	0,07942044	0,01223096	0	-0,012231	**-0,012**
-3	0,0726327	0,09600513	0,02337243	0	-0,0233724	**-0,023**
-2	0,07667348	0,10894906	0,03227558	0	-0,0322756	**-0,032**
-1	0,07916045	0,11717768	0,03801723	0	-0,0380172	**-0,038**
0	0,08	0,12	0,04	1	0,96	**0,96**
1	0,07916045	0,11717768	0,03801723	0	-0,0380172	**-0,038**
2	0,07667348	0,10894906	0,03227558	0	-0,0322756	**-0,032**
3	0,0726327	0,09600513	0,02337243	0	-0,0233724	**-0,023**
4	0,06718948	0,07942044	0,01223096	0	-0,012231	**-0,012**
5	0,06054614	0,06054614	0	0	0	**0**
6	0,05294696	0,040877	-0,01207	0	0,01206997	**0,012**
7	0,04466739	0,02190671	-0,0227607	0	0,02276068	**0,023**
8	0,03600192	0,00498685	-0,0310151	0	0,03101507	**0,031**

	Eingang	Ausgang
-30	0	0
-29	0	0
-28	0	0
-27	0	0
-26	0	0
-25	0	0
-24	0	0
-23	0	0
-22	0	0
-21	0	0
-20	0	0
-19	0	0
-18	0	0
-17	0	0
-16	0	0
-15	0	0
-14	0	0
-13	0	-0,0310151
-12	0	-0,0537758
-11	0	-0,0658457
-10	0	-0,0658457
-9	0	-0,0536148
-8	0	0,00077274

-7	0	0,08682408
-6	0	0,15967196
-5	-1	-0,7882581
-4	-1	-0,7624718
-3	-1	-0,7657996
-2	-1	-0,8290903
-1	-1	-0,9099128
0	0	0
1	1	0,9099128
2	1	0,82909027
3	1	0,76579962
4	1	0,7624718
5	1	0,78825808
6	0	-0,159672
7	0	-0,0868241
8	0	-0,0007727
9	0	0,05361476
10	0	0,06584572
11	0	0,06584572
12	0	0,05377576
13	0	0,03101507
14	0	0
15	0	0
16	0	0
17	0	0
18	0	0
19	0	0
20	0	0
21	0	0
22	0	0
23	0	0
24	0	0
25	0	0