Prüfung:	**Informationstechnik**
Termin:	**Montag, 02.02.2004**
	11:00 – 13:00
Prüfer:	**Prof. J. Walter**
Hilfsmittel:	**beliebig / Kein Internetzugang**

Name: ___________________________

Vorname: ___________________________

Bemerkung: ___________________________

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	10	
2	11	
3	10	
4	10	
5	9	
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzten. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.

1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (10 Punkte)

Die Funktion: $\cos(x)+\sin(x)$ soll im Bereich $0.9 \le x \le 4$ optimal durch eine Gerade $y(x)=ax+b$ angenähert werden.

a) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden
b) Skizzieren Sie das Ergebnis

Lösung:

$$f(x)=\cos(x)+\sin(x)$$
$$y(x)=a\cdot x+b$$

$$\frac{\partial S}{\partial a}=\int_{0.9}^{4.0}\frac{\partial}{\partial a}(\cos(x)+\sin(x)-(a\cdot x+b))^2\,dx=0$$
$$\frac{\partial S}{\partial b}=\int_{0.9}^{4.0}\frac{\partial}{\partial b}(\cos(x)+\sin(x)-(a\cdot x+b))^2\,dx=0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a}=0=6.747+42.180\cdot a+15.19\cdot b$$
$$\frac{\partial S}{\partial b}=0=0.530+15.19\cdot a+6.2\cdot b$$

$$a=-1.097$$
$$b=2.603$$
$$y=-1.097\cdot x+2.603$$

Lösung mit Maple:

```
> 0=diff(int(((cos(x)+sin(x))-(a*x+b))^2, x=0.9..4),a);
```
$$0=6.747127478+42.18066666\,a+15.19\,b$$

```
> 0=diff(int( ((cos(x)+sin(x))-(a*x+b))^2, x=0.9..4 ),b);
```
$$0=0.5297516309+15.19\,a+6.2\,b$$

```
> b=solve( 0 = 6.747127478+42.18066666*a+15.19*b, b );
```
$$b=-0.4441821908-2.776870748\,a$$

```
> a=solve( 0 = .5297516309+15.19*a+6.2*b, a );
```

$$a = -0.03487502508 - 0.4081632653\, b$$

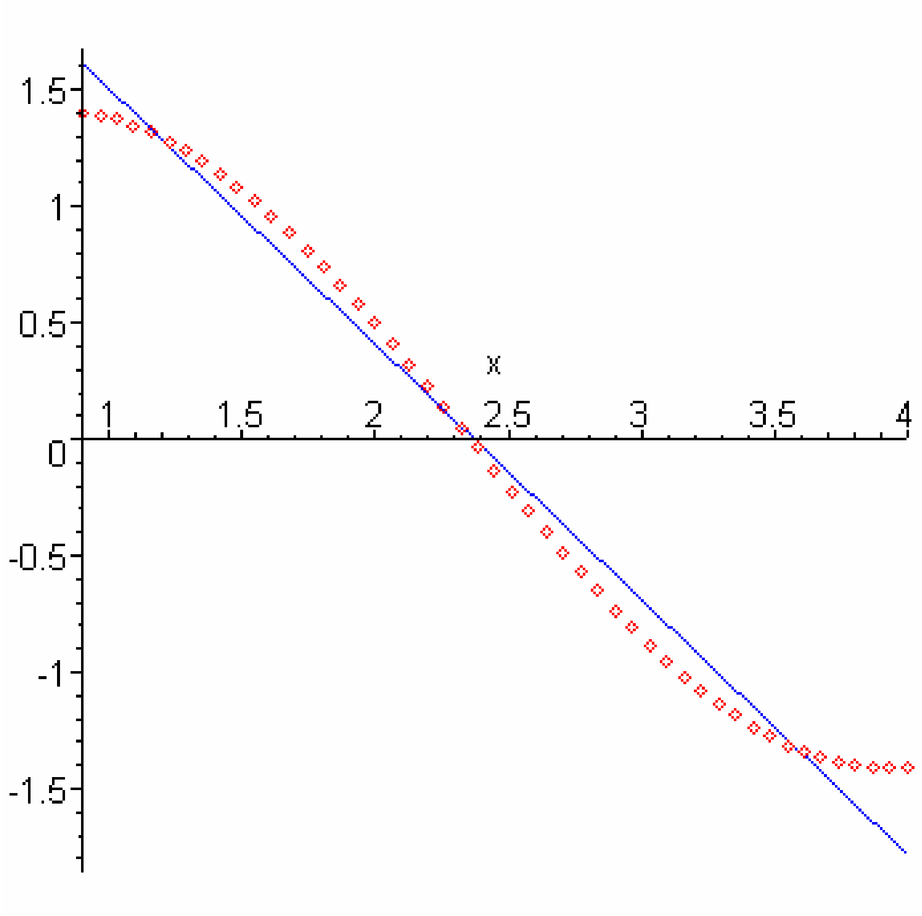
```
> b=solve( b = -.4441821908-2.776870748*(-.3487502508e-1-
.4081632653*b), b );
```

$$b = 2.603414197$$

```
> a=solve(a = -.3487502508e-1-.4081632653*(2.603414197),a);
```

$$a = -1.097493065$$

```
> plot([sin(x)+cos(x), -1.097*x+2.603], x=0.9..4,
color=[red,blue], style=[point,line]);
```




```
>
```

2. DFT (11 Punkte)

Ein Cosinus (Amplitudenwerte +1, -1) mit der Frequenz 50 Hz wird mit der Blockgröße N=8 abgetastet. Die Messzeit ist 20ms. Infolge eines Softwarefehlers wurde ein Punkt falsch – nämlich doppelt – gespeichert.

a) 1P Tragen Sie die Abtastwerte aus der nachfolgenden Tabelle in die Zeichnung ein.
b) 1P Skizzieren Sie den „korrekten" Cosinus.
c) 7P Berechnen Sie aus den Abtastwerten die skalierte DFT für m=0, m=1, m=2, m=3, m=4
d) 2P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum für den „korrekten" und „fälschlicherweise" abgetasteten Cosinus.

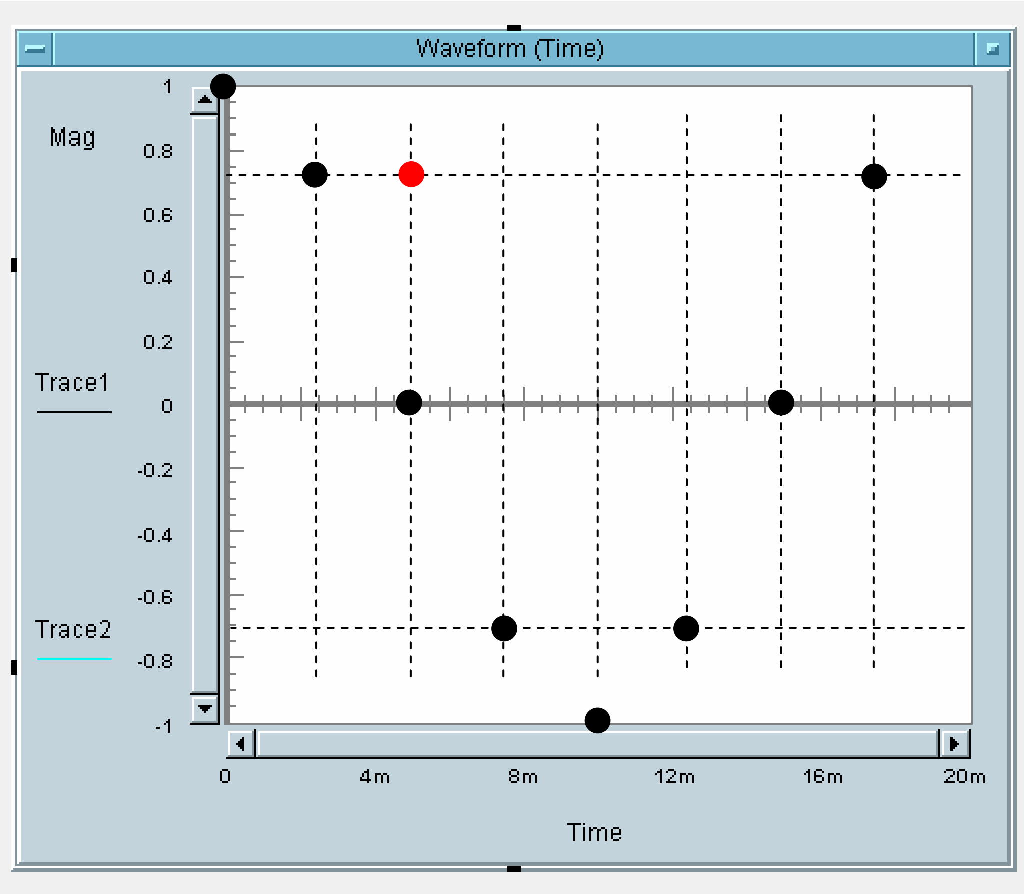


Bild 1: Cosinus „falsch" und „richtig"

Der rote Punkt ist fehlerhaft.

n=	f(n)	t/ms
0	1	0
1	+0.707	2,5
2	+0.707	5
3	-0.707	7,5
4	-1	10
5	-0.707	12,5
6	0	15
7	+0.707	17,5

Lösung c :

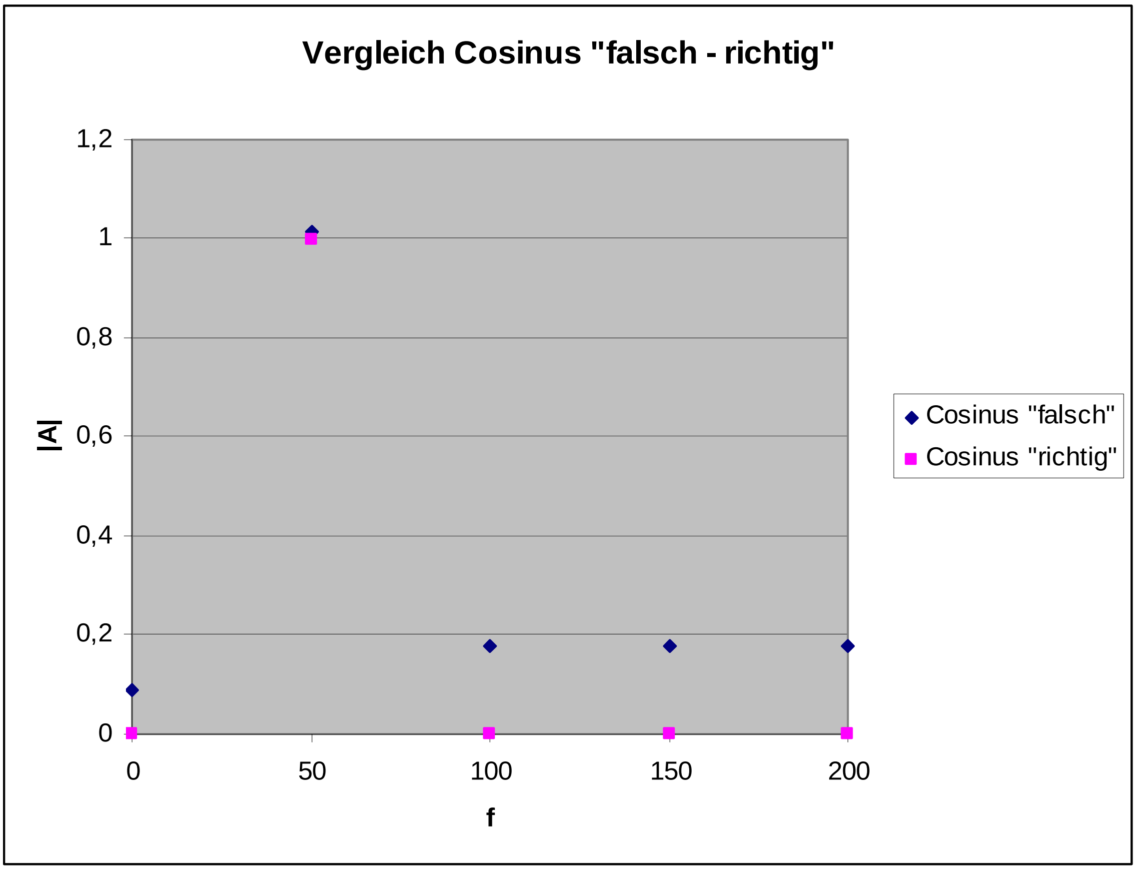
m=0	0,088	0
m=1	1,016	1
m=2	0,177	0
m=3	0,177	0
m=4	0,177	0

Die Werte wurden mit der Formel für die skalierte DFT berechnet :

$$|s_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

Der Mittelwert wurde m=0 wurde extra berechnet.

Lösung d

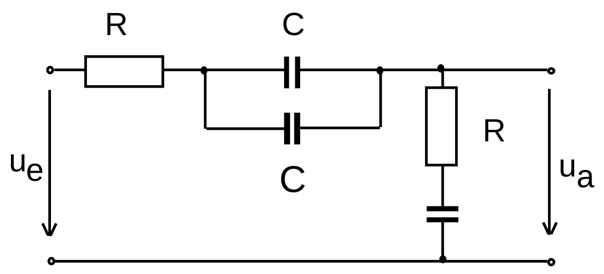


Bemerkung:

Das Amplitudendichtespektrum wurde aus der skalierten DFT gewonnen. Selbstverständlich muss bei einer Messung die Amplitude unabhängig von der gewählten Anzahl der Abtastpunkte sein.

3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (10 Punkte)

Erstellen Sie für die nachfolgende Schaltung die Übertragungsfunktion.



Schaltung mit R und C

a) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$
b) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion G(s) für die normierten Werte R=1, C=1
c) Erstellen Sie die Differentialgleichung für den Zeitbereich (System ist am Anfang in Ruhe)
d) Bestimmen Sie die Impulsantwort für die normierten Werte R=1, C=1,
e) Skizzieren Sie die Impulsantwort für t=0 bis 6

Lösung Aufgabe 3a

$$\frac{u_a}{u_e} = \frac{R + \frac{1}{s \cdot C}}{R + \frac{1}{s \cdot 2 \cdot C} + R + \frac{1}{s \cdot C}} = \frac{RCs + 1}{2RCs + \frac{1}{2} + 1}$$

$$G_1(s) = \frac{2sRC + 2}{4sRC + 3} = \frac{\frac{s}{2} + \frac{1}{2 \cdot R \cdot C}}{s + \frac{3}{4 \cdot R \cdot C}}$$

Lösung b

$$G(s) = \frac{2s + 2}{4s + 3} = \frac{\frac{s}{2} + \frac{1}{2}}{s + \frac{3}{4}}$$

Lösung c

$$\dot{u}_a + \frac{3}{4} \cdot u_a = \frac{1}{2} \cdot \dot{u}_e + \frac{1}{2} u_e$$

Lösung Aufgabe d

$$Y(s)=G(s)\cdot X(s)=G(s)\cdot 1 \qquad \text{Bem.: L - TRF von Impuls ist 1}$$

$$G(s)=\frac{\frac{s}{2}+\frac{1}{2}}{s+\frac{3}{4}}$$

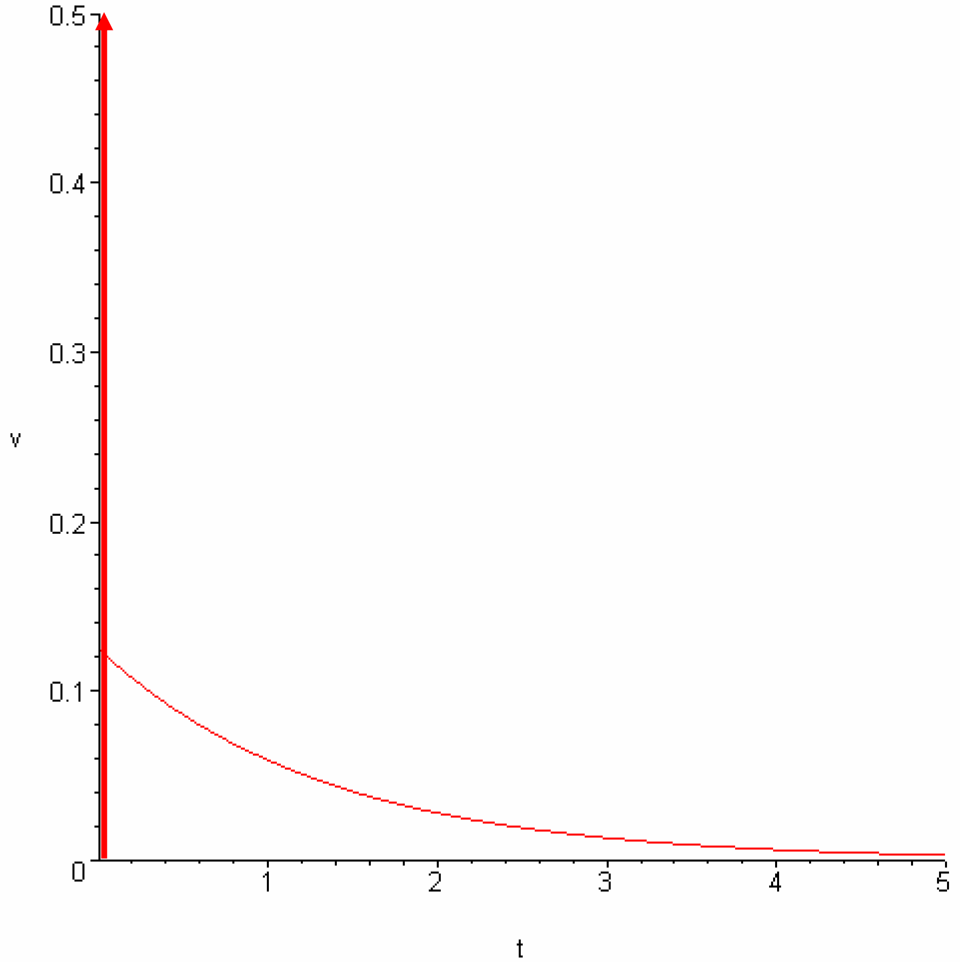
$$g(t)=\frac{1}{2}\cdot\delta(t)+\frac{1}{8}e^{-\frac{3}{4}\cdot t}$$

Mit Maple:

```
> with(inttrans):
> invlaplace((s/2+(1/(2*R*C)))/(s+(3/(4*R*C))), s, t);
```

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{Dirac}(t)+\frac{1}{8}\,\frac{\mathbf{e}^{\left(-\frac{3\,t}{4\,R\,C}\right)}}{R\,C}$$

```
> plot(1/2*Dirac(t)+1/8*exp(-3/4*t), t=0..5);
```



Führt man den Plot nur in Maple aus wird dieser falsch, da der Dirac-Stoß nicht eingezeichnet wird.

4 FIR-Filter (10 Punkte)

Ein Bandpass mit den Grenzfrequenzen fgoben = 120Hz und fgunten=80Hz ist als FIR-Filter für N=5 zu entwerfen. Die Abtastfrequenz beträgt fa=1,2 kHz.

a) Berechnen Sie die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

b) Berechnen und skizzieren Sie die Impuls-Antwort des FIR-Filters.

Lösung:

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * si(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}) = a_{-k}$$

Formel für TP

Bandpass=Tiefpass_Oben-Tiefpass_Unten

$a_{kBP} = a_{kTPo} - a_{kTPu}$ **(1 Punkt)**

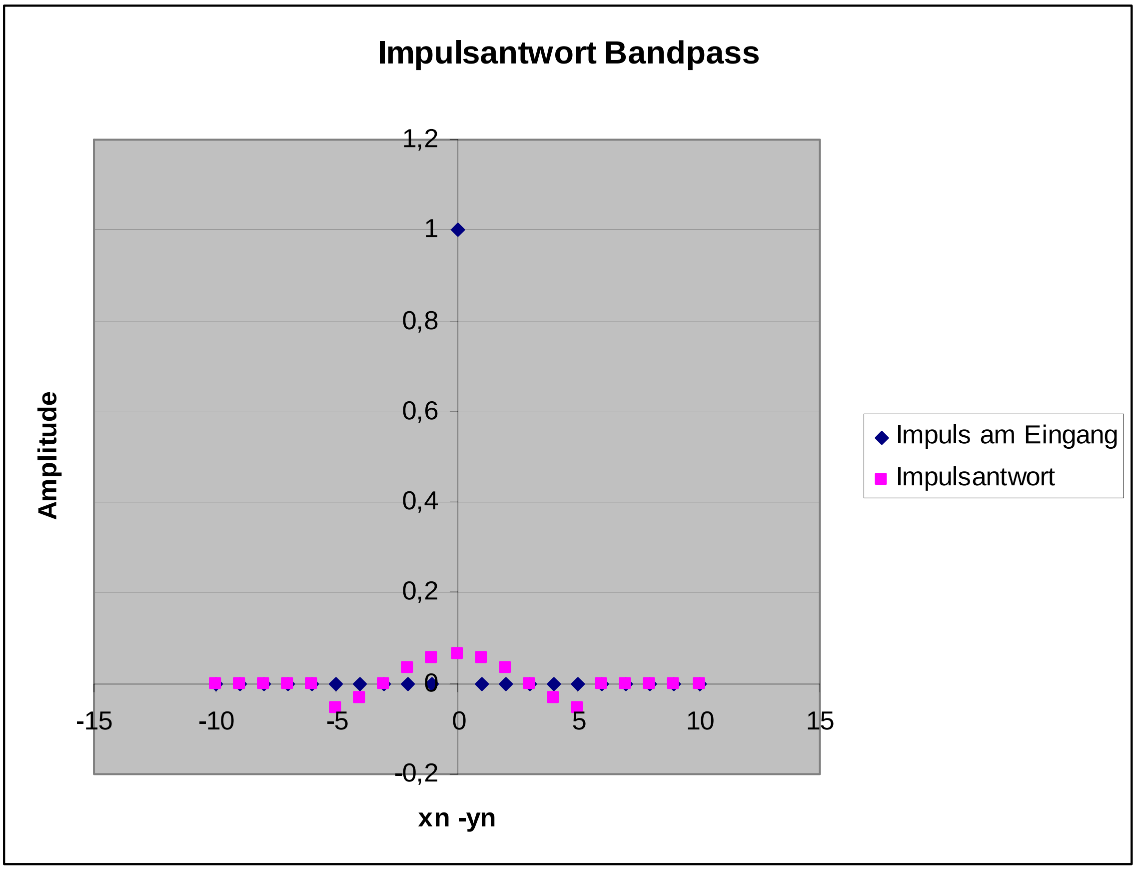
-0,055	a_5	a_{-5}
-0,032	a_4	a_{-4}
0	a_3	a_{-3}
0,033	a_2	a_{-2}
0,058	a_1	a_{-1}
0,067		$a_{\_0}$

$$\boxed{\begin{aligned} y_n &= \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \\ y_n &= -0{,}055 * x_{n+5} - 0{,}032 * x_{n+4} + 0 * x_{n+3} + 0{,}033 * x_{n+2} + 0{,}058 * x_{n+1} + 0{,}067 * x_n \\ &\quad +0{,}058 * x_{n-1} + 0{,}033 * x_{n-2} + 0 * x_{n-3} - 0{,}032 * x_{n-4} - 0{,}055 * x_{n-5} \end{aligned}}$$

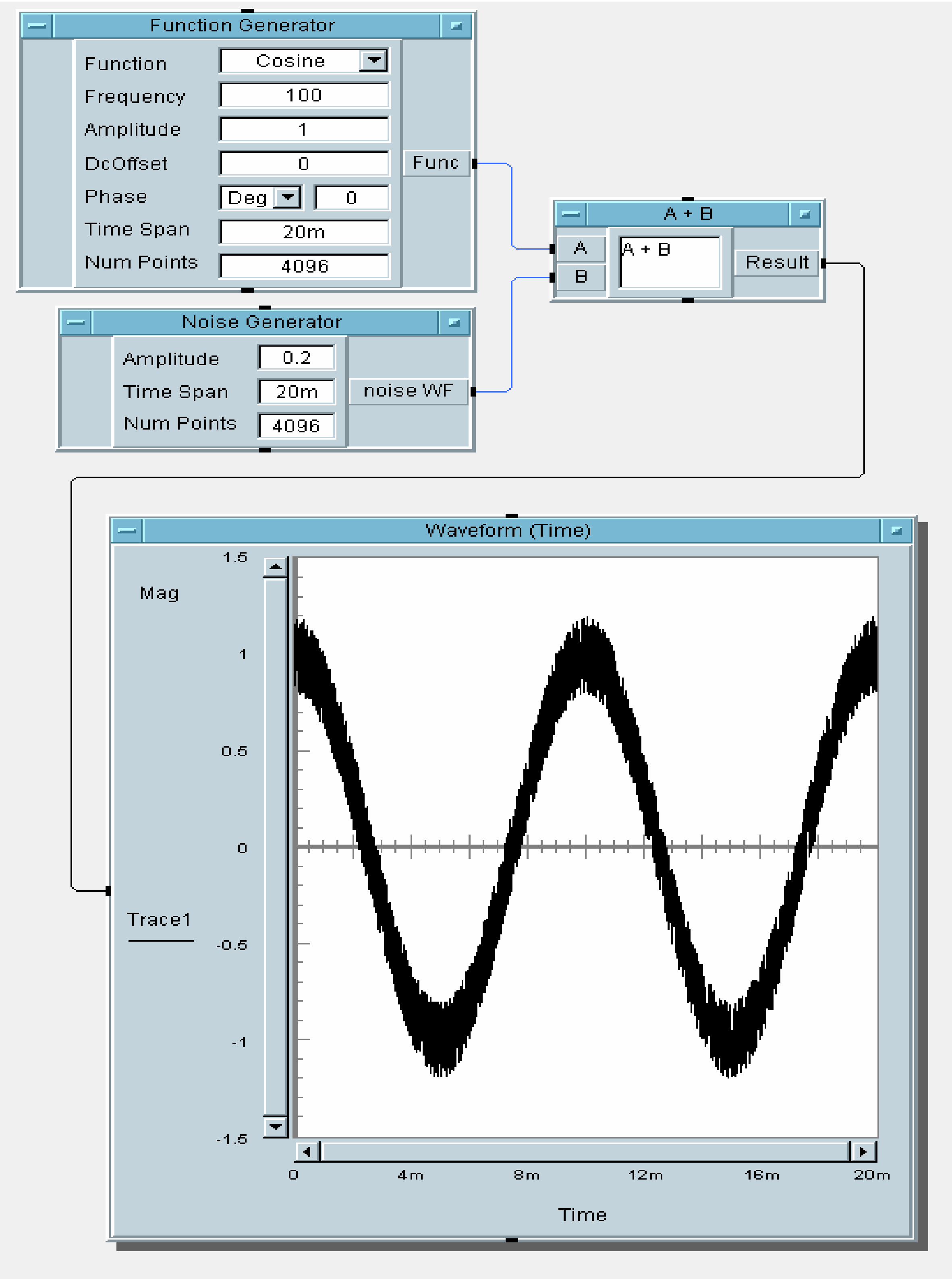
(5 Punkte)

Berechnung mit Excel:

n	xn – Eingang	yn-Ausgang
-10	0	0
-9	0	0
-8	0	0
-7	0	0
-6	0	0
-5	0	-0,055
-4	0	-0,032
-3	0	0
-2	0	0,033
-1	0	0,058
0	1	0,067
1	0	0,058
2	0	0,033
3	0	0
4	0	-0,032
5	0	-0,055
6	0	0
7	0	0
8	0	0
9	0	0
10	0	0

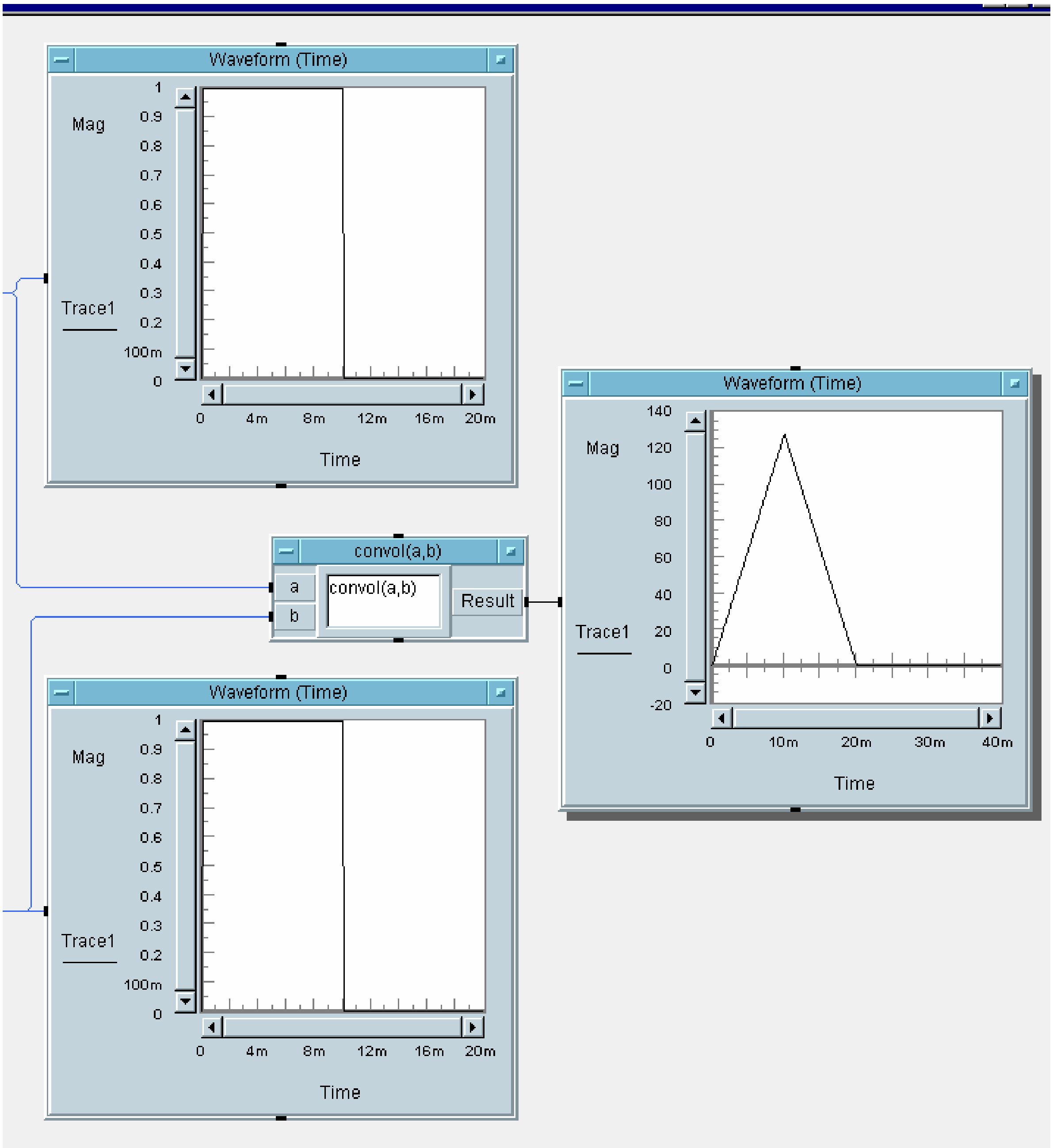


5 Skizzieren Sie die Kurven nach den vorgegebenen Werten:



Cosinus mit Rauschen mit Amplitude 0.2

Die Faltung zweier Rechtecke: 6 Punkte



Die Amplitude des entstehenden Dreiecks berechnet sich über die Blockgröße N=256.

Die Amplitude ist die Hälfte der Blockgröße=128. Die Breite des Impulses ist 20ms.

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} x[m] \cdot h[n-m]$$ diskrete Faltung