Prüfung:	**Informationstechnik MT 7D51**
Termin:	**Mittwoch, 30. November 2011**
	9:30 – 11:00
Prüfer:	**Prof. J. Walter**
Hilfsmittel:	**beliebig / kein Internet / kein WLAN**

Name: ______________________

Vorname: ______________________

Projekt: ______________________

Stick: ______________________

PC: ______________________

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	14	
2	12	
3	10	
4	14	
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

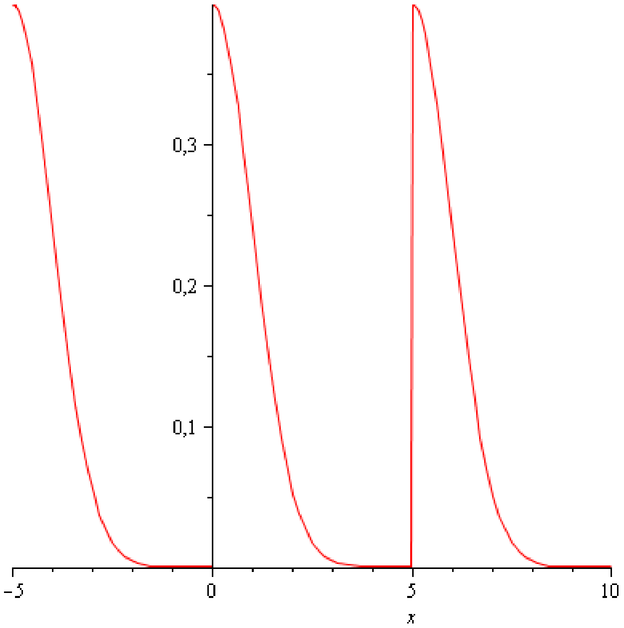
Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutztes. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.
Mit Abgabe dieser Arbeit bestätigen Sie das Löschen von HPVEE „Classroom-Lizenz" auf ihrem PC.

1. Fourierreihe

Berechnen Sie für die periodische Funktion f die Fourierreihe:



$$f := \frac{1}{2}\,\frac{e^{-\frac{1}{2}x^2}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$$

F ist periodisch und im Bereich $0 \le x < 5$ definiert.

a) Bestimmen Sie die Amplituden der ersten fünf Schwingungen und den Mittelwert.

Lösung:

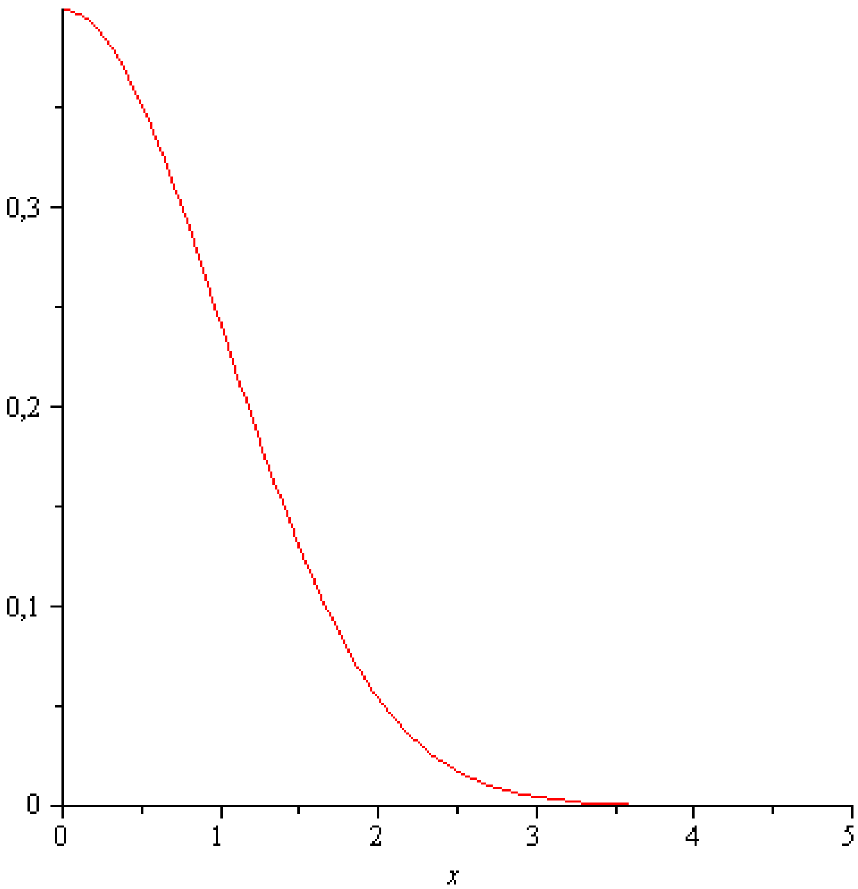
$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\cos n\omega t\,dt \quad b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\sin n\omega t\,dt \quad a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,dt$$

$$\hat{A}_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

```
> restart;
> f := 1/sqrt(2*Pi)*exp(-x*x/2);
```

$$f := \frac{1}{2}\,\frac{e^{-\frac{1}{2}x^2}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$$

```
> plot(f, x=0..5);
```



$> A0 := \frac{1}{5} \cdot int(f, x = 0 ..5);$

$$A0 := \frac{1}{10} \operatorname{erf}\left(\frac{5}{2}\sqrt{2}\right)$$

$> evalf(A0);$

$$0.09999994267$$

$> A1 := \operatorname{sqrt}\left(\left(int\left(\frac{2}{5} \cdot f \cdot \cos(1 \cdot 2 \cdot \mathrm{Pi} \cdot 0.2 \cdot x), x = 0 ..5\right)\right)^2 + \left(int\left(\frac{2}{5} \cdot f \cdot \sin(1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.2 \cdot x), x = 0 ..5\right)\right)^2\right);$

$$A1 := 0.1520399694 + 0.\, \mathrm{I}$$

$> A2 := \operatorname{sqrt}\left(\left(int\left(\frac{2}{5} \cdot f \cdot \cos(2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.2 \cdot x), x = 0 ..5\right)\right)^2 + \left(int\left(\frac{2}{5} \cdot f \cdot \sin(2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.2 \cdot x), x = 0 ..5\right)\right)^2\right);$

$$A2 := 0.08000332511 + 0.\, \mathrm{I}$$

> $A3 := \text{sqrt}\left(\left(int\left(\frac{2}{5}\cdot f\cdot\cos(3\cdot 2\cdot\pi\cdot 0.2\cdot x),\, x=0\,..5\right)\right)^2 + \left(int\left(\frac{2}{5}\cdot f\cdot\sin(3\cdot 2\cdot\pi\cdot 0.2\cdot x),\, x=0\,..5\right)\right)^2\right);$

$$A3 := 0.04640217293 + 0.\ I$$

> $A4 := \text{sqrt}\left(\left(int\left(\frac{2}{5}\cdot f\cdot\cos(4\cdot 2\cdot\pi\cdot 0.2\cdot x),\, x=0\,..5\right)\right)^2 + \left(int\left(\frac{2}{5}\cdot f\cdot\sin(4\cdot 2\cdot\pi\cdot 0.2\cdot x),\, x=0\,..5\right)\right)^2\right);$

$$A4 := 0.03319610897 + 0.\ I$$

> $A5 := \text{sqrt}\left(\left(int\left(\frac{2}{5}\cdot f\cdot\cos(1\cdot 5\cdot\pi\cdot 0.2\cdot x),\, x=0\,..5\right)\right)^2 + \left(int\left(\frac{2}{5}\cdot f\cdot\sin(5\cdot 2\cdot\pi\cdot 0.2\cdot x),\, x=0\,..5\right)\right)^2\right);$

$$A5 := 0.02613687173 + 0.\ I$$

0. I ist Imaginärteil =0

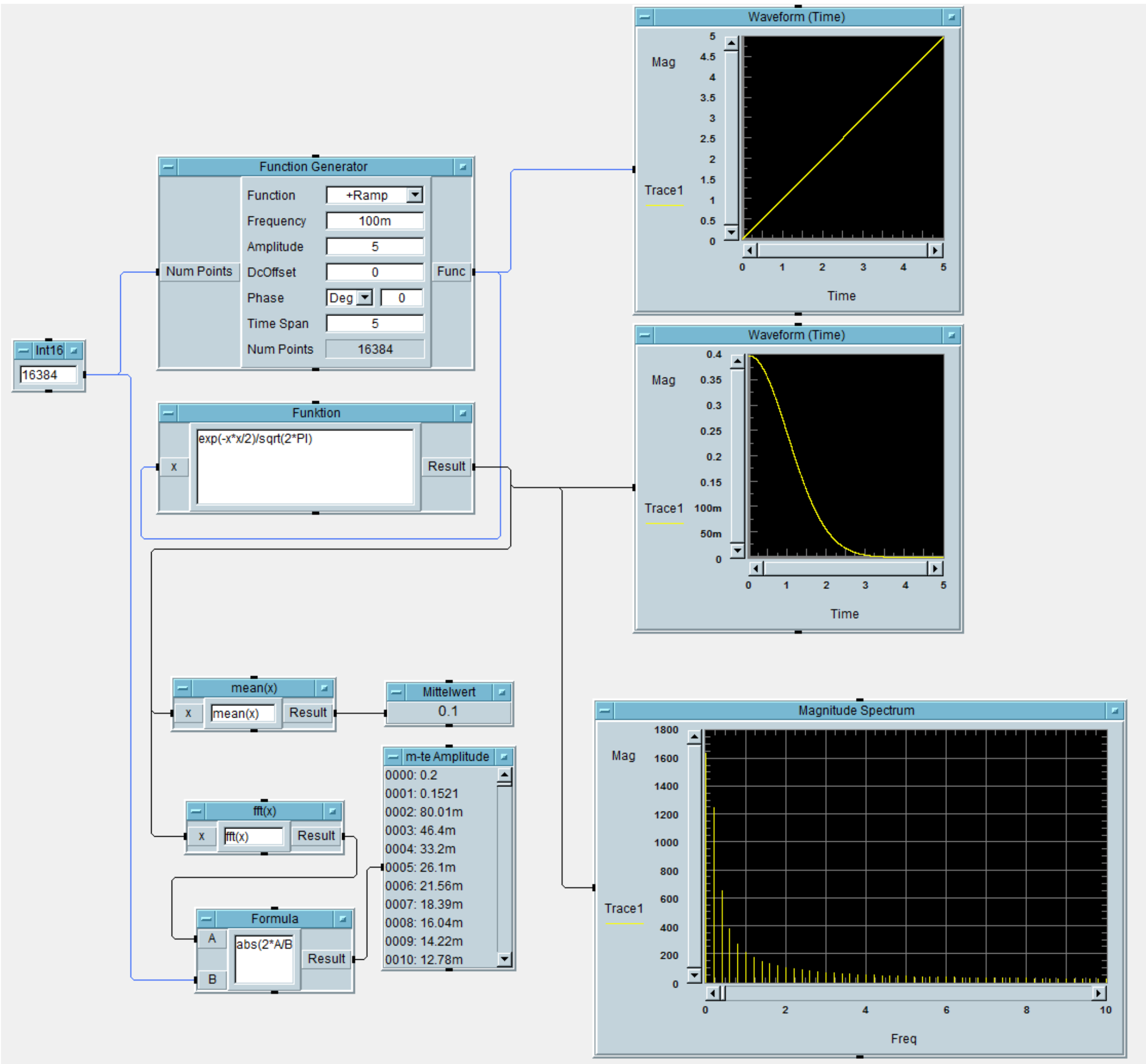
Amplitude	**Wert**
A0	0,1
A1	0,1520
A2	0,0800
A3	0,0464
A4	0,0331
A5	0,0261

2. DFT (12 Punkte)

a) Berechnen Sie mit Hilfe von HPVEE die skalierte DFT der Funktion f aus Aufgabe 1. Es genügen der Mittelwert und die Amplituden bis zur 5. Schwingung.
b) Wie ist der Zusammenhang zu Aufgabe 1?

Lösung a)

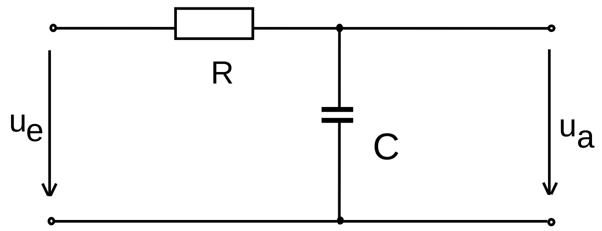
$$|s_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos\frac{2\pi mn}{N} - j\sin\frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$



Lösung b)
Die Amplituden müssen gleich sein, die DFT-Amplituden und die Amplitude der Fourierreihe sind gleich groß.

3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (10 Punkte)

Gegeben ist ein Tiefpass:



Schaltung mit R und C

a) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$
b) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion G_2 (s) für die Werte $R=1;$ $C=1$
   – Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.

(10P) Bestimmen Sie die Antwort y(t) des Systems G_2 (s) auf die Eingangsfunktion:

$$x := \frac{1}{2}\,\frac{e^{-\frac{1}{2}t^2}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$$

Hinweis: Schreiben Sie den Ansatz für Maple auf. Als Ergebnis genügt die Skizze. Das Ergebnis ist etwas umfangreicher. Skizzieren Sie die Eingangsfunktion.

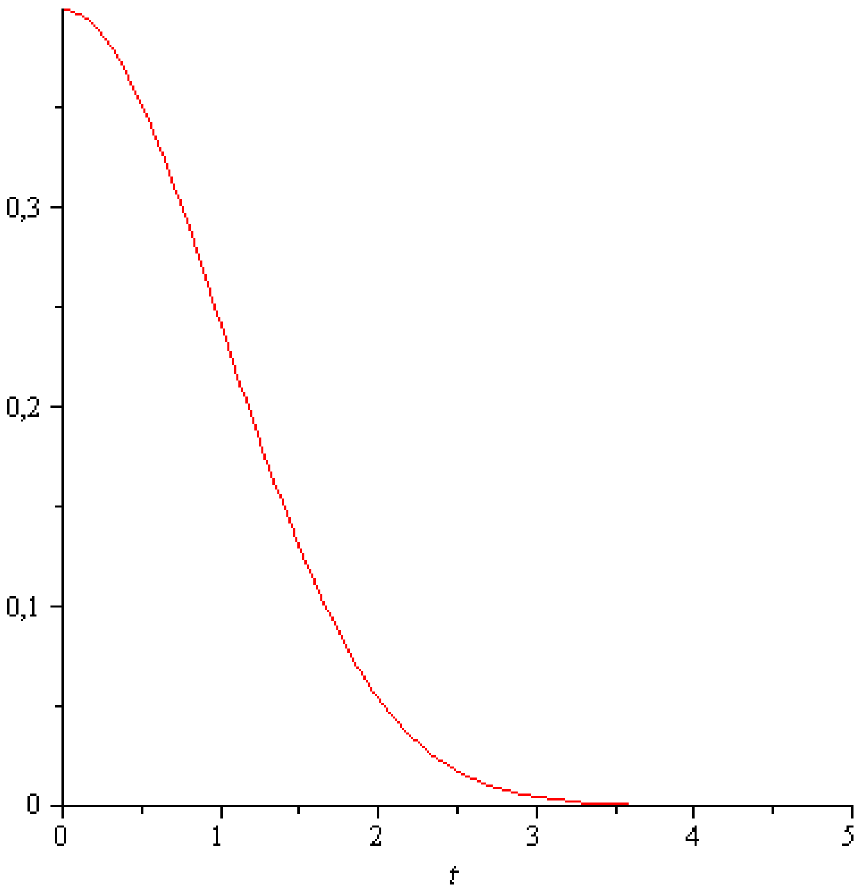
c) (2P) Skizzieren Sie Eingangsfunktion und die Antwort für t=0 bis t=8.

Lösung Aufgabe 3a

```
> restart;
> x := 1/sqrt(2*π)*exp(-t*t/2);
```

$$x := \frac{1}{2}\,\frac{e^{-\frac{1}{2}t^2}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$$

```
> plot(x, t = 0 ..5);
```



> with(inttrans);

$$[addtable, fourier, fouriercos, fouriersin, hankel, hilbert, invfourier, invhilbert, invlaplace, invmellin, laplace, mellin, savetable]$$

> X := laplace(x, t, s);

$$X := \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2} s^2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2} s \sqrt{2}\right)$$

> $G := \frac{1}{1+s}$;

$$G := \frac{1}{1+s}$$

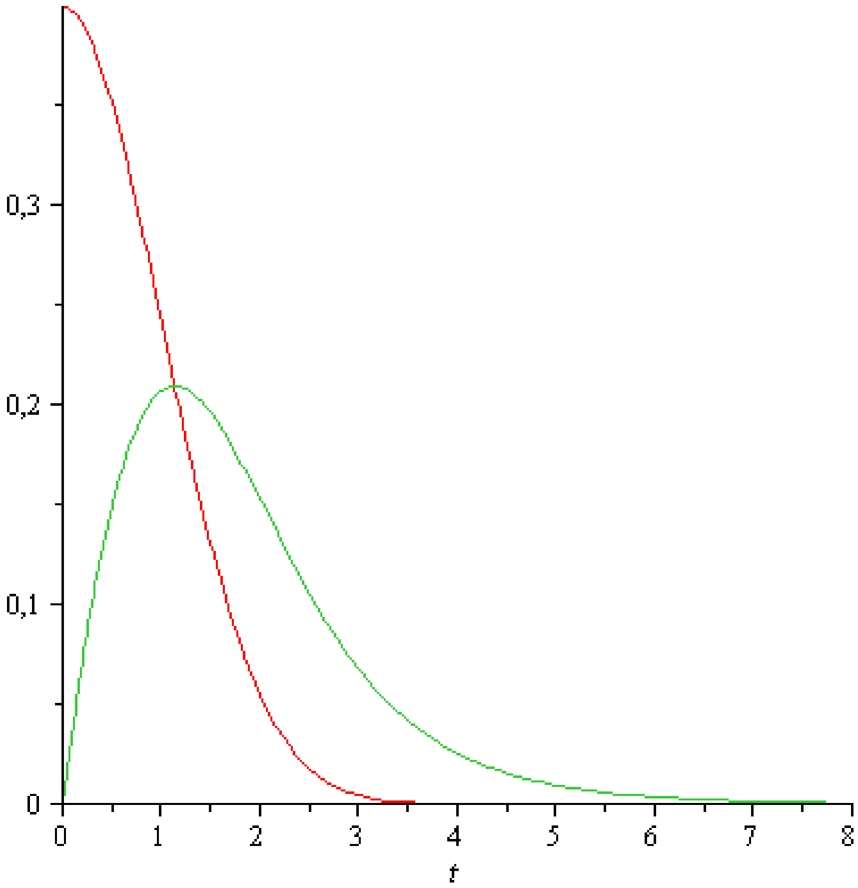
> Y := G·X;

$$Y := \frac{1}{2} \frac{e^{\frac{1}{2} s^2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2} s \sqrt{2}\right)}{1+s}$$

> y := invlaplace(Y, s, t);

$$y := \frac{1}{2} e^{-t+\frac{1}{2}} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2} t \sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}\right)\right)$$

> $plot([x, y], t = 0..8);$



>

4 FIR-Filter (14 Punkte)

An einem Motoren-Prüfstand wird ein akausaler FIR-Tiefpass mit der Grenzfrequenz **12kHz** mit N=8 eingesetzt. Die Abtastfrequenz beträgt **48kHz**.

a. Berechnen Sie die Filterkoeffizienten und skizzieren Sie das Ausgangssignal bei folgendem Eingangssignal:

-5	0
-4	0
-3	0,004
-2	0,054
-1	0,242
0	0,399
1	0,242
2	0,054
3	0,004
4	0
5	0

b. Verändern Sie die Grenzfrequenz auf **6kHz** und vergleichen Sie die Ergebnisse.

a) Die Filtergleichung für das FIR-Filter

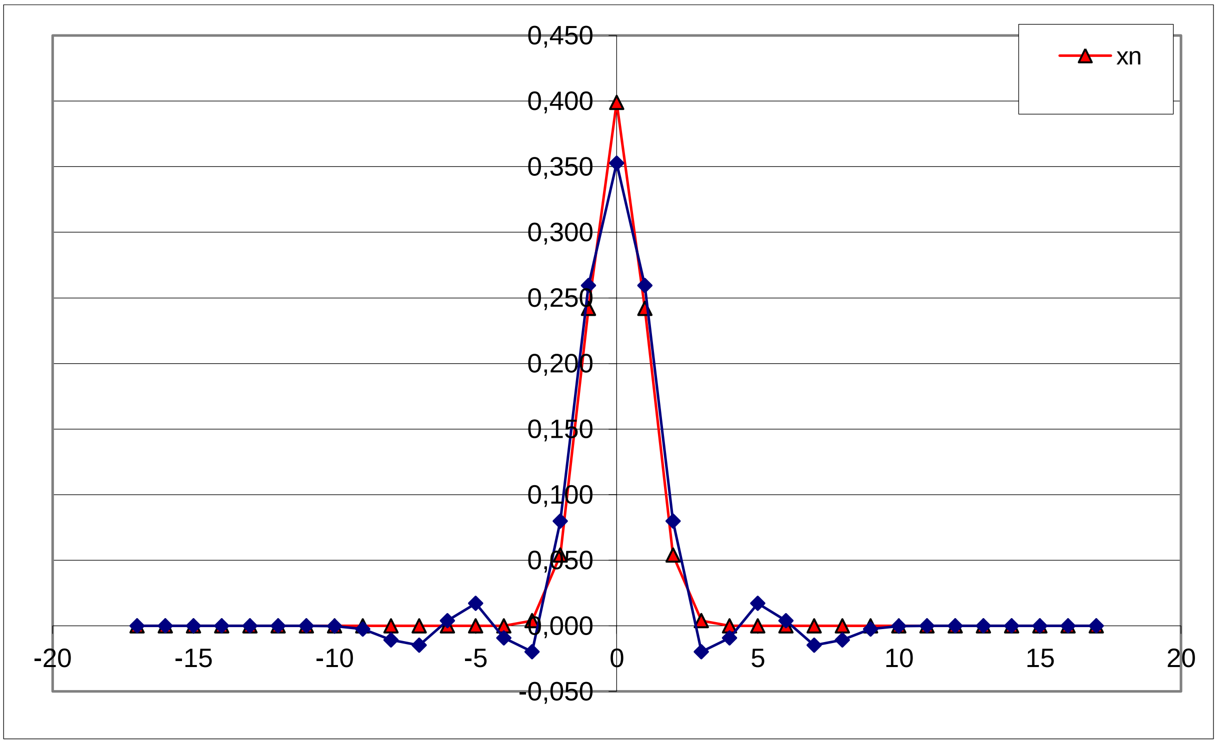
$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

Lösung:

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * si(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}) = a_{-k}$$ Formel für Tiefpass

k	ak für 12kHz	für 6kHz
0	0,500	0,250
1	0,318	0,225
2	0,000	0,159
3	-0,106	0,075
4	0,000	0,000
5	0,064	-0,045
6	0,000	-0,053
7	-0,046	-0,032
8	0,000	0,000

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$



b) Grenzfrequenz 6 kHz