



Prüfung: Informationstechnik
Termin: Freitag, 28.01.2005
9:00 – 11:00
Prüfer: Prof. J. Walter
Hilfsmittel: beliebig / kein Internet /kein WLAN

Name:	_____
Vorname:	_____
Projekt:	_____

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	10	
4	10	
5	6	
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzen. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.



1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (12 Punkte)

Die Funktion: $\sin(x)/x$ soll im Bereich $1 \leq x \leq 2$ optimal durch eine Gerade $y(x) = a + bx$ angenähert werden.

- 8P Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden
- 2P Skizzieren Sie das Ergebnis
- 2P An welche-r/n Stelle/n tritt die größte Abweichung auf?

Lösung:

$$f(x) = \sin(x)/x$$

$$y(x) = a + b \cdot x$$

$$S = \int_1^2 \left[\left(\frac{\sin(x)}{x} \right) - (a + b \cdot x) \right]^2 dx$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \int_1^2 \left[\left(\frac{\sin(x)}{x} \right) - (a + b \cdot x) \right]^2 dx = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \int_1^2 \left[\left(\frac{\sin(x)}{x} \right) - (a + b \cdot x) \right]^2 dx = 0$$

$$y = a - b \cdot x \approx 1,245 - 0,391 \cdot x$$

Mit Maple:

```
> 0=diff(int(((sin(x)/x)-(a+b*x))^2, x=1..2),a);  
0 = -2 Si(2) + 2 a + 3 b + 2 Si(1)
```

```
> 0=diff(int(((sin(x)/x)-(a+b*x))^2, x=1..2),b);  
0 = 2 cos(2) + 3 a +  $\frac{14 b}{3}$  - 2 cos(1)
```

```
> GLa:=0=diff(int(((sin(x)/x)-(a+b*x))^2, x=1..2),a);  
GLa := 0 = -2 Si(2) + 2 a + 3 b + 2 Si(1)
```

```
> GLb:=0=diff(int(((sin(x)/x)-(a+b*x))^2, x=1..2),b);  
GLb := 0 = 2 cos(2) + 3 a +  $\frac{14 b}{3}$  - 2 cos(1)
```

```
> solve({GLa, GLb},{a,b});
```



$$\begin{aligned} \{ b &= -12 \cos(2) - 18 \operatorname{Si}(2) + 18 \operatorname{Si}(1) + 12 \cos(1), \\ a &= 28 \operatorname{Si}(2) + 18 \cos(2) - 28 \operatorname{Si}(1) - 18 \cos(1) \} \end{aligned}$$

```
> y(x) := 28*Si(2)+18*cos(2)-28*Si(1)-18*cos(1)+(-12*cos(2)-18*Si(2)+18*Si(1)+12*cos(1))*x;  
y(x) := 28 Si(2) + 18 cos(2) - 28 Si(1) - 18 cos(1)  
+ (-12 cos(2) - 18 Si(2) + 18 Si(1) + 12 cos(1)) x
```

```
> evalf({%}); y(x) := 28*Si(2)+18*cos(2)-28*Si(1)-18*cos(1)+(-12*cos(2)-18*Si(2)+18*Si(1)+12*cos(1))*x;  
{ { b = -0.390548609, a = 1.245152824 } }
```

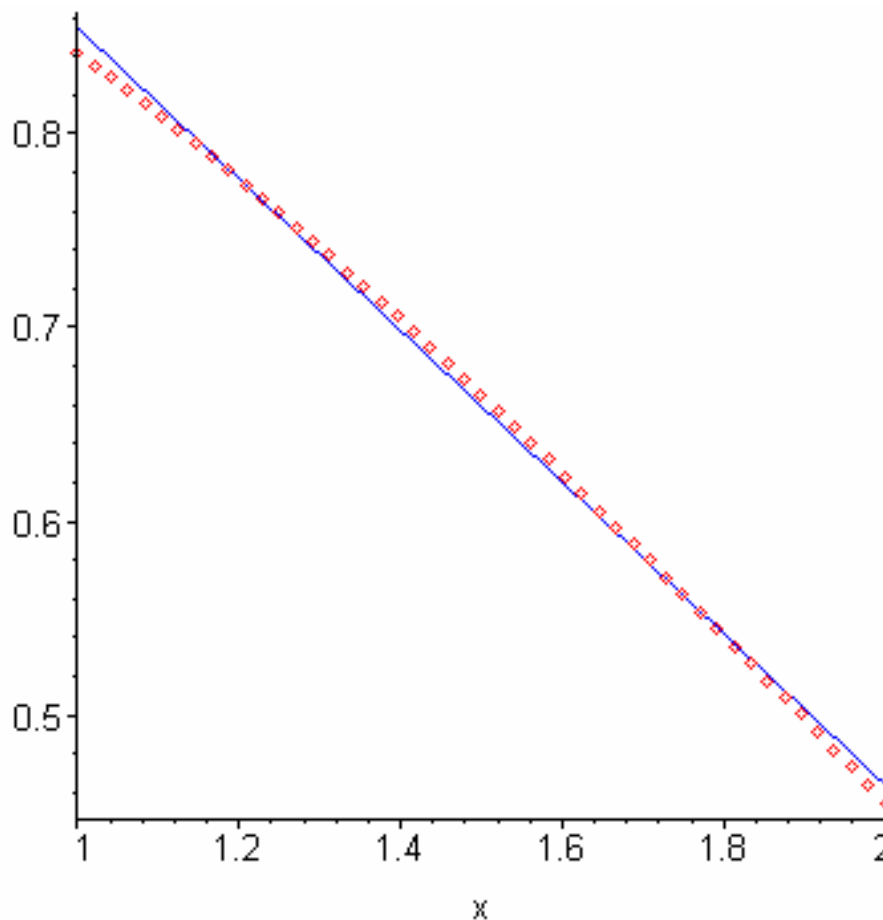
Oder

```
> evalf({b = -12*cos(2)-18*Si(2)+18*Si(1)+12*cos(1), a = 28*Si(2)+18*cos(2)-28*Si(1)-18*cos(1)});  
{ b = -0.390548609, a = 1.245152824 }
```

```
> f(x) := sin(x)/x;
```

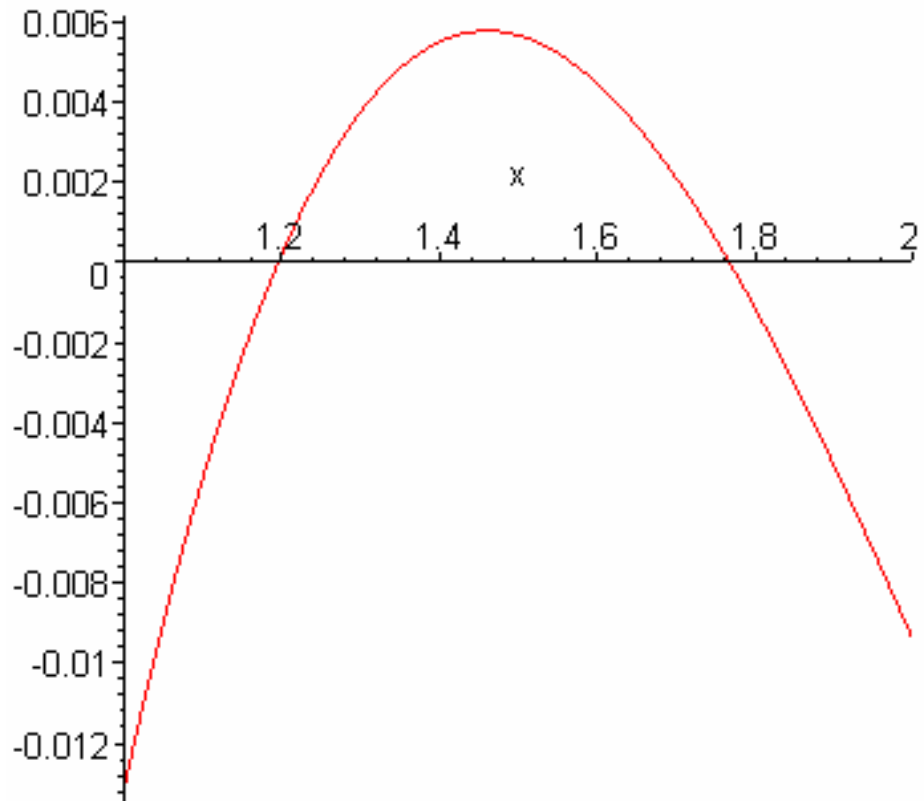
$$f(x) := \frac{\sin(x)}{x}$$

```
> plot([f(x),y(x)], x=1..2, color=[red,blue], style=[point,line]);
```





```
> plot(f(x)-y(x),x=1..2);
```



Lösung c:

Die größte Abweichung tritt bei dem Wert 1 auf.



2. DFT (12 Punkte)

Eine Dreiecksfunktion (Amplitudenwerte +1, -1) mit der Frequenz 50 Hz wird mit der Blockgröße $N=12$ abgetastet. Die Messzeit ist 20ms. Die Abtastwerte finden Sie auf der nächsten Seite

- a) 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
- b) 1P Skizzieren Sie das Dreieck und die Abtastwerte in Bild 1.
- c) 8P Berechnen Sie aus den Abtastwerten die skalierte DFT für $m=0, m=1, m=2, m=3, m=4, m=5, m=6$
- d) 1P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum
- e) 1P Erklären Sie das Ergebnis

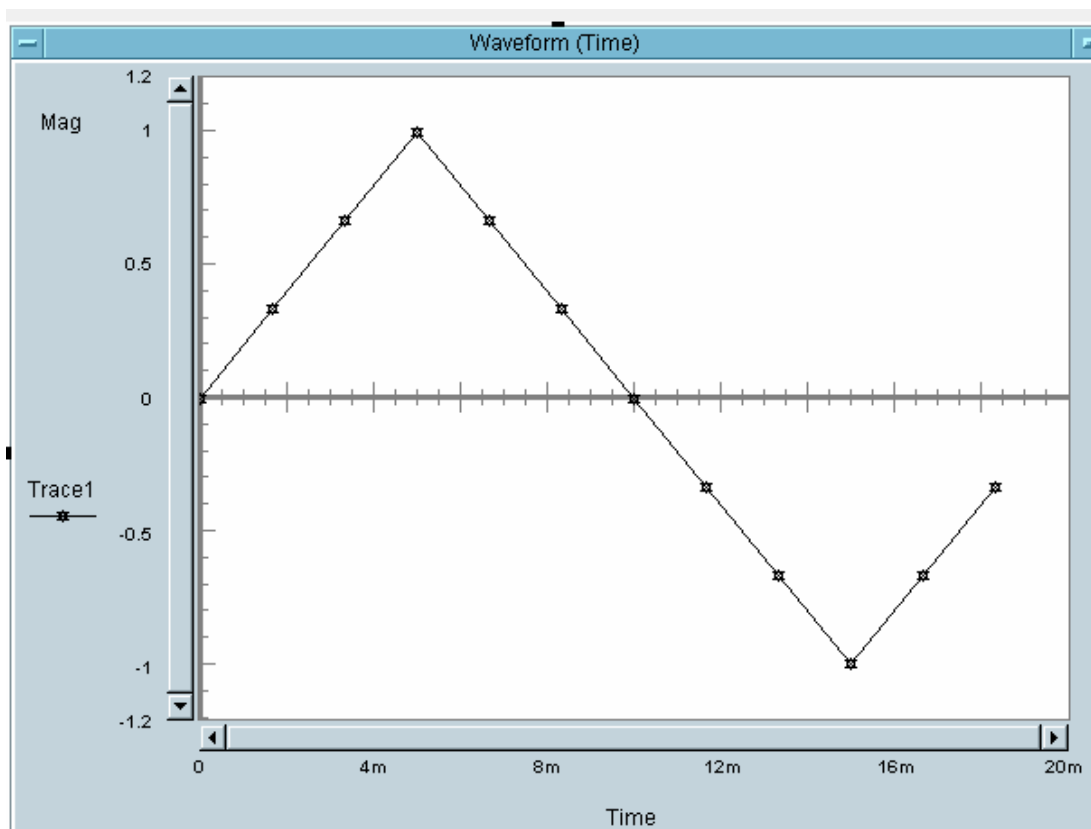


Bild 1: Dreieck mit den Abtastpunkten



n=	Dreieck	t/ms
0	0	0
1	0,33	1,667
2	0,66	3,333
3	1	5
4	0,66	6,667
5	0,33	8,333
6	0	10
7	-0,33	11,667
8	-0,66	13,333
9	-1	15
10	-0,66	16,667
11	-0,33	18,333

Die Werte berechnen Sie mit der Formel für die skalierte DFT:

$$|S_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

Der Mittelwert wurde m=0 wurde extra berechnet. Berechnung wird mit Excel oder HPVVEE durchgeführt.

m	A
0	0
1	0,829
2	0
3	0,111
4	0
5	0,06
6	0

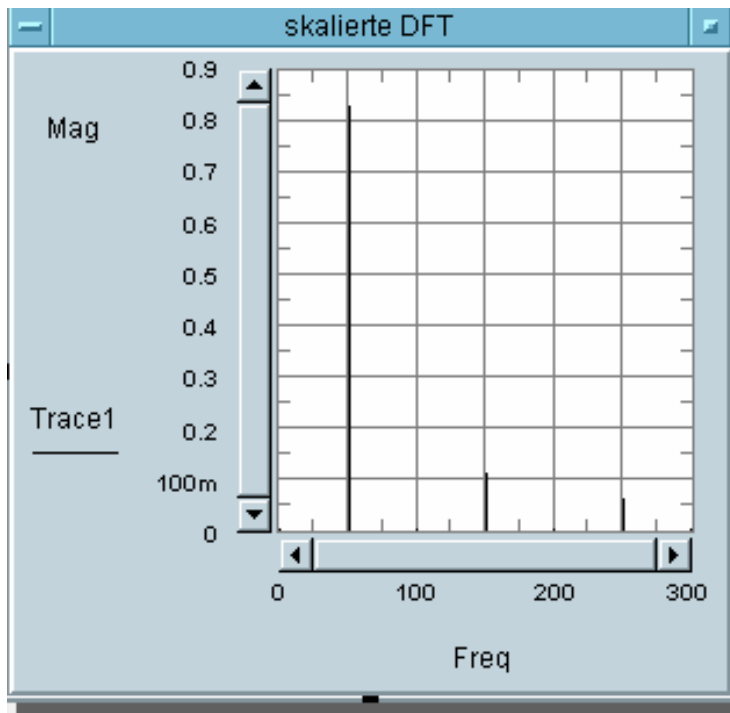


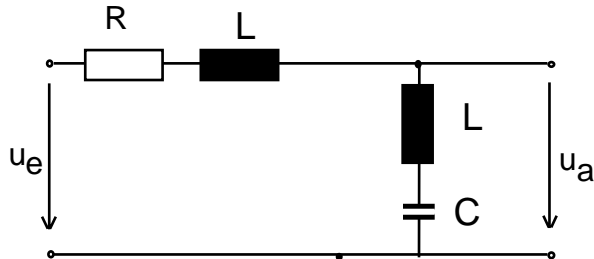
Bild: Das Amplitudendichtespektrum der skalierten DFT

Es sind im Signal höhere Frequenzen vorhanden – Das Abtasttheorem wird verletzt. Die höheren Frequenzen haben immer kleinere Amplituden. Ungerade Funktion -> Nur Sinusanteile – keine Cosinusanteile



3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (10 Punkte)

Erstellen Sie für die nachfolgende Schaltung die Übertragungsfunktion.



Schaltung mit R, L und C

- 3P Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$ – Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.
- 1P Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ für die normierten Werte $R=1$, $C=1$, $L=1$.
- 2P Erstellen Sie die Differentialgleichung für den Zeitbereich (System ist am Anfang in Ruhe).
- 2P Bestimmen Sie die Sprungantwort für die normierten Werte $R=1$, $C=1$, $L=1$.
- 1P Ermitteln Sie den Wert für $h(t=0)$
- 1P Skizzieren Sie die Sprungantwort für $t=0$ bis $t=25$.

Lösung Aufgabe 3a

$$\frac{u_a}{u_e} = \frac{s \cdot L + \frac{1}{s \cdot C}}{R + 2 \cdot s \cdot L + \frac{1}{s \cdot C}} = \frac{LCs^2 + 1}{2 \cdot L \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1}$$

$$G(s) = \frac{\frac{s^2}{2} + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}{s^2 + \frac{R \cdot C \cdot s}{2 \cdot L \cdot C} + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}} = \frac{\frac{s^2}{2} + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}{s^2 + \frac{R}{2 \cdot L} \cdot s + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}$$

Lösung b

$$G(s) = \frac{\frac{s^2}{2} + \frac{1}{2}}{s^2 + \frac{s}{2} + \frac{1}{2}}$$

Lösung c



$$\ddot{u}_a + \frac{\dot{u}_a}{2} + \frac{1}{2} \cdot u_a = \frac{1}{2} \cdot \ddot{u}_e + \frac{1}{2} u_e$$

Lösung Aufgabe d

$$Y(s) = G(s) \cdot X(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s} \quad \text{Bem.: L - TRF von Sprung ist } \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{\frac{s^2}{2} + \frac{1}{2}}{s^2 + \frac{s}{2} + \frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$g(t) = 1 - \cos(0,66 \cdot t) \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{1}{4}t} - \sin(0,661 \cdot t) \cdot 0,567 \cdot e^{-\frac{1}{4}t}$$

```
> with(inttrans):
```

```
> assume(a>0):
```

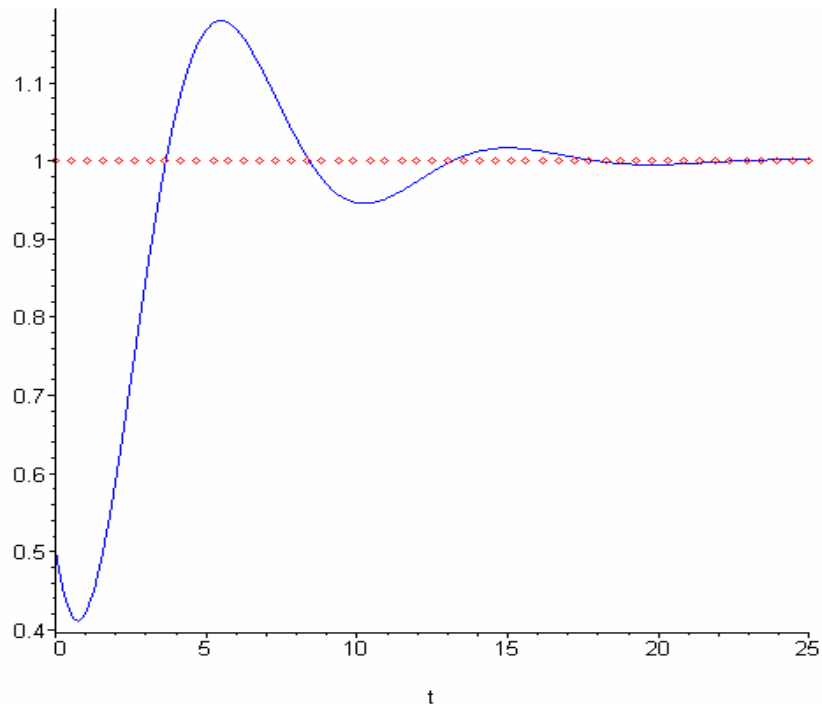
```
h(t):=invlaplace(((s^2/2)+0.5)/((s^2+s/2+0.5)*s), s, t);
```

$$h(t) := 1 - 0.5000000000 e^{(-0.2500000000 t)} \cos(0.6614378278 t) - 0.5669467095 e^{(-0.2500000000 t)} \sin(0.6614378278 t)$$

```
> x(t):=1;
```

$$x(t) := 1$$

```
> plot([x(t),h(t)], t=0..25, color=[red,blue], style=[point,line]);
```





4 FIR-Filter (10 Punkte)

Eine Bandpass mit den Grenzfrequenzen f_{goben} = 800Hz und f_{gunten}=200Hz ist als FIR-Filter für N=6 zu entwerfen. Die Abtastfrequenz beträgt f_a=10 kHz.

a) Berechnen Sie die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

b) Berechnen und skizzieren Sie die Impuls-Antwort des FIR-Filters.

Lösung:

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * si(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}) = a_{-k}$$

Formel für TP

Bandpass= (Tiefpass_Oben-Tiefpass_Unten)

a_{kBSP}= (a_{kTPo}-a_{kTPu}) (1 Punkt)

-0,03	a ₆	a ₋₆
0	a ₅	a ₋₅
0,034	a ₄	a ₋₄
0,067	a ₃	a ₋₃
0,095	a ₂	a ₋₂
0,113	a ₁	a ₋₁
0,12		a ₀

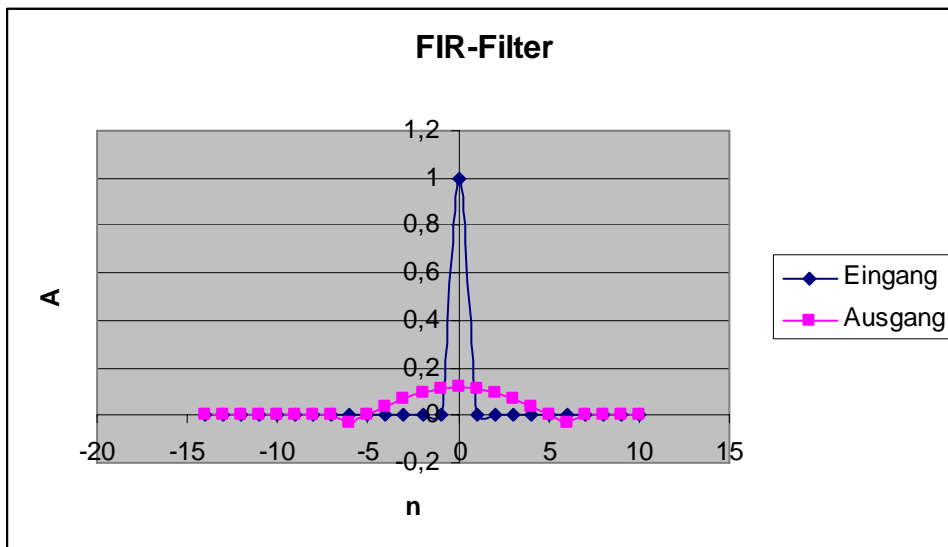
$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

$$y_n = -0,03 * x_{n+6} + 0,0 * x_{n+5} + 0,034 * x_{n+4} + 0,067 * x_{n+3} + 0,095 * x_{n+2} + 0,113 * x_{n+1} + 0,12 * x_n + 0,113 * x_{n-1} + 0,095 * x_{n-2} + 0,067 * x_{n-3} + 0,034 * x_{n-4} + 0 * x_{n-5} - 0,03 * x_{n-6}$$

(5 Punkte)



	Eingang	Ausgang
-14	0	0
-13	0	0
-12	0	0
-11	0	0
-10	0	0
-9	0	0
-8	0	0
-7	0	0
-6	0	-0,03
-5	0	0
-4	0	0,034
-3	0	0,067
-2	0	0,095
-1	0	0,113
0	1	0,12
1	0	0,113
2	0	0,095
3	0	0,067
4	0	0,034
5	0	0
		-
6	0	0,02966722
7	0	0
8	0	0
9	0	0
10	0	0





5 Faltung - Korrelation:

Berechnen Sie für die beiden diskreten Funktionen:

$$x(m) = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$h(m) = 1, 2, 3$$

- a) 3P - die diskrete Korrelation
- b) 3P - die diskrete Faltung

Lösung a: diskrete Korrelation

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} x[m] \cdot h[n+m]$$

		1	2	3	4	5		
1	2	3						3
	1	2	3					8
		1	2	3				14
			1	2	3			20
				1	2	3		26
					1	2	3	14
						1	2	5

Lösung b: diskrete Faltung

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} x[m] \cdot h[n-m]$$

		1	2	3	4	5		
3	2	1						1
	3	2	1					4
		3	2	1				10
			3	2	1			16
				3	2	1		22
					3	2	1	22
						3	2	15