



Prüfung: Informationstechnik MT 7D51
Termin: Freitag, 08. Juli 2005
8:30 – 10:30:00
Prüfer: Prof. J. Walter
Hilfsmittel: beliebig / kein Internet / kein WLAN

Name:	_____
Vorname:	_____
Projekt:	_____

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	10	
4	10	
5	6	
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzen. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.



1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (12 Punkte)

Die Funktion: $f(x) = 1/x$ soll im Bereich $-4 \leq x \leq -1$ optimal durch eine Gerade $y(x) = a + bx$ angenähert werden.

- 8P Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden
- 2P Skizzieren Sie das Ergebnis
- 2P An welche-r/n Stelle/n tritt die größte Abweichung auf?

Lösung:

$$f(x) = 1/x$$

$$y(x) = a + b \cdot x$$

$$S = \int_{-4}^{-1} \left[\left(\frac{1}{x} \right) - (a + b \cdot x) \right]^2 dx$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \int_{-4}^{-1} \left[\left(\frac{1}{x} \right) - (a + b \cdot x) \right]^2 dx = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \int_{-4}^{-1} \left[\left(\frac{1}{x} \right) - (a + b \cdot x) \right]^2 dx = 0$$

$$y = a + b \cdot x \approx -0,98 - 0,20 \cdot x$$

Mit Maple:

```
> GLa:=0=diff(int(((1/x)-(a+b*x))^2, x=-4..-1),a);  
GLa:=0=6a-15b+4ln(2)
```

```
> GLb:=0=diff(int(((1/x)-(a+b*x))^2, x=-4..-1),b);  
GLb:=0=42b-15a-6
```

```
> solve({GLa, GLb},{a,b});  
{b=4/3-20/9ln(2), a=10/3-56/9ln(2)}
```

```
> y(x):=10/3-56/9*ln(2)+(4/3-20/9*ln(2))*x;  
y(x):=10/3-56/9ln(2)+(4/3-20/9ln(2))x
```

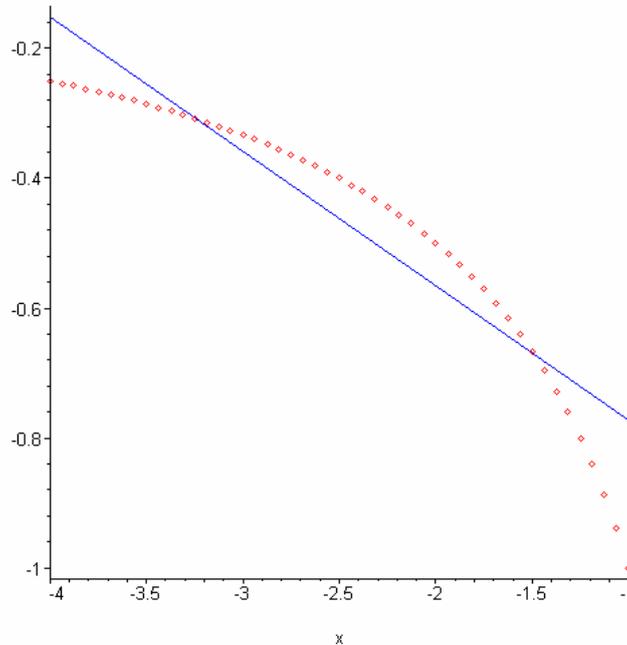
```
> evalf(10/3-56/9*ln(2)+(4/3-20/9*ln(2))*x);  
-0.979582457 - 0.206993735 x
```



```
> f(x) := 1/x;
```

$$f(x) := \frac{1}{x}$$

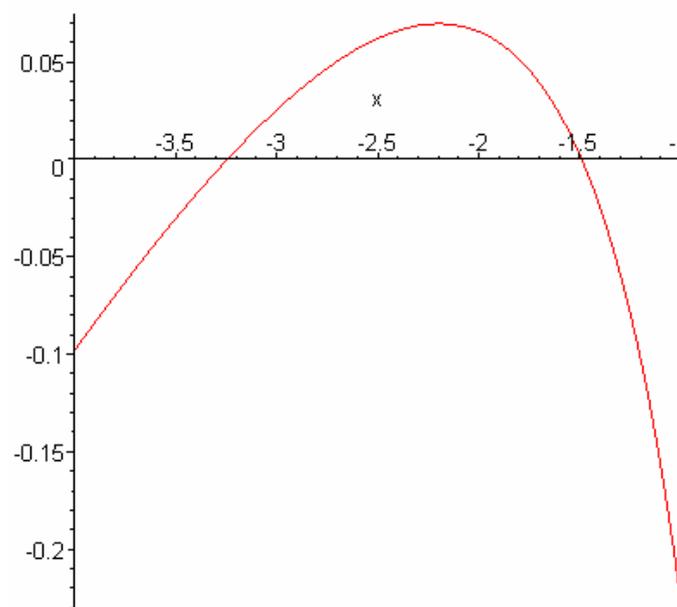
```
> plot([f(x),y(x)], x=-4..-1, color=[red,blue],  
style=[point,line]);
```



Lösung c:

Die größte Abweichung tritt bei dem Wert $x = -1$ auf.

```
> plot(f(x)-y(x), x=-4..-1);
```





2. DFT (12 Punkte)

Eine Sinusfunktion (Amplitudenwerte +1, -1) mit der Frequenz 200 Hz wird mit der Blockgröße $N=16$ abgetastet. Die Messzeit ist 20ms.

- a) 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
- b) 1P Skizzieren Sie die Sinusfunktion und die Abtastwerte in Bild 1.
- c) 8P Berechnen Sie aus den Abtastwerten die skalierte DFT für $m=0$, $m=1$, $m=2$, $m=3$, $m=4$
- d) 1P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum
- e) 1P Erklären Sie das Ergebnis
- f)

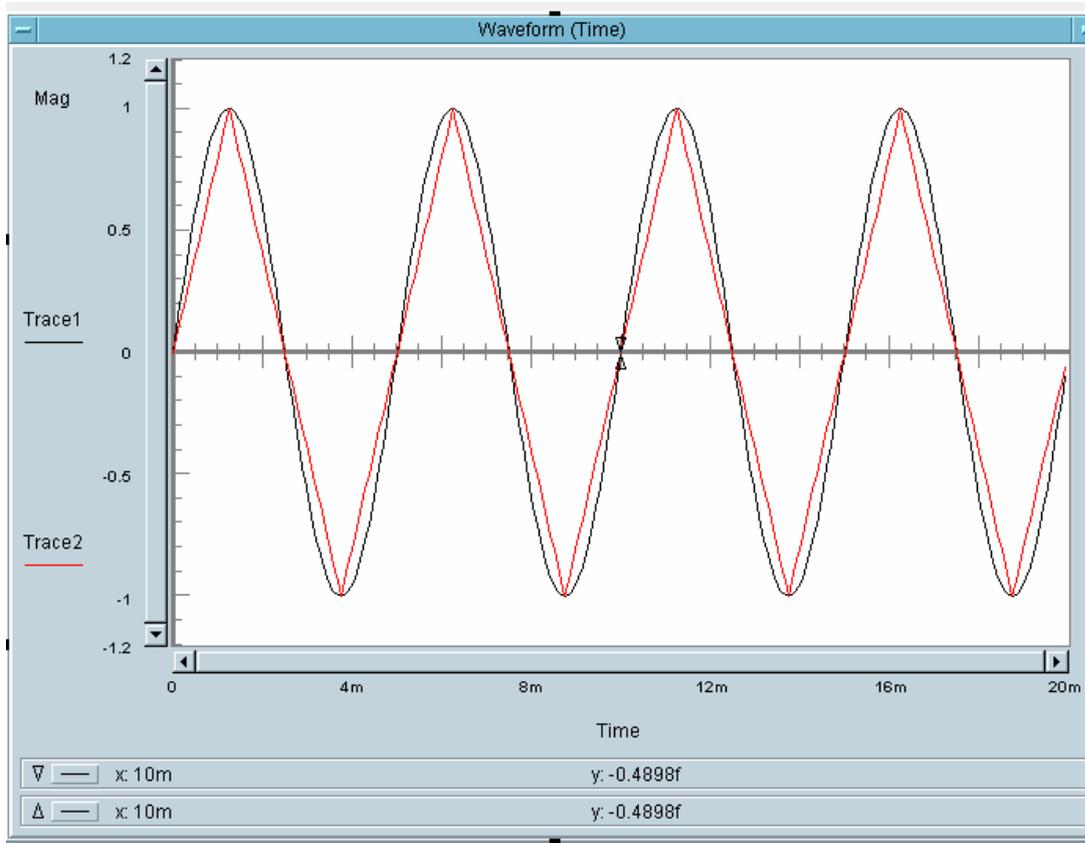


Bild 1: Sinus mit den Abtastpunkten

Die Abtastpunkte wurden über eine Gerade miteinander verbunden. Die Amplitudenwerte des Dreiecks und einem in dieser Form abgetasteten Sinus sind gleich.



n=	t/ms	sin(x)
0	0	0
1	1,25	1
2	2,5	0
3	3,75	-1
4	5	0
5	6,25	1
6	7,5	0
7	8,75	-1
8	10	0
9	11,25	1
10	12,5	0
11	13,75	-1
12	15	0
13	16,25	1
14	17,5	0
15	18,75	-1

Die Werte berechnen Sie mit der Formel für die skalierte DFT:

$$|S_m| = 2 * \left[\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right]$$

Der Mittelwert wurde m=0 wurde extra berechnet. Berechnung wird mit Excel oder HPVVEE durchgeführt.

m	A
0	0
1	0
2	0
3	0
4	1

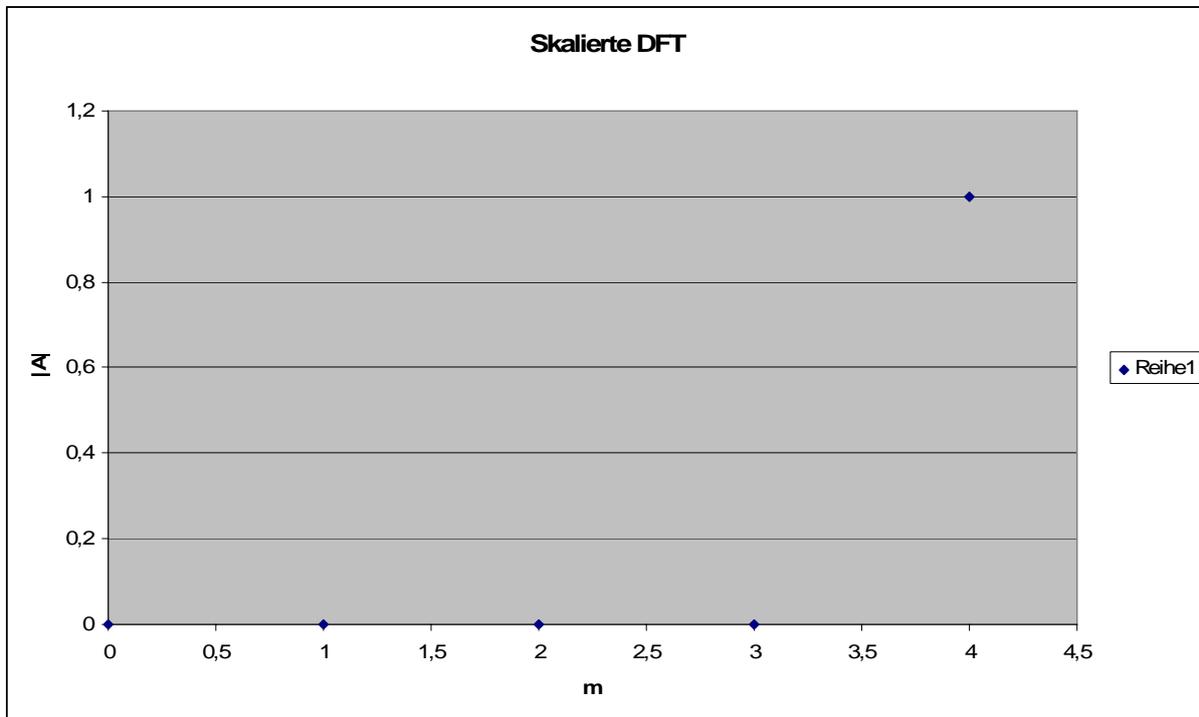


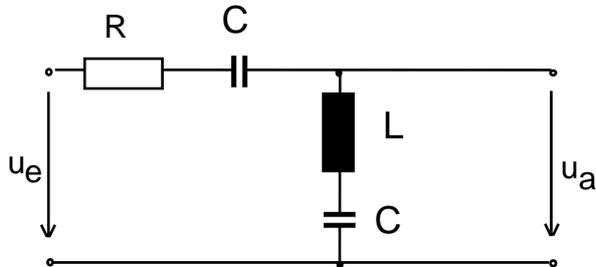
Bild: **Das Amplitudendichtespektrum der skalierten DFT**

e) Die Grundfrequenz 50 Hz ist im Signal nicht enthalten. Lediglich die vierfache Grundfrequenz ist im abgetasteten Signal vorhanden.



3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (12 Punkte)

Erstellen Sie für die nachfolgende Schaltung die Übertragungsfunktion.



Schaltung mit R, L und C

- 3P Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$ – Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.
- 1P Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ für die normierten Werte $R=1$, $C=1$, $L=1$.
- 2P Erstellen Sie die Differentialgleichung für den Zeitbereich (System ist am Anfang in Ruhe).
- 2P Bestimmen Sie die Antwort auf $x(t)=\sin(t)$ für die normierten Werte $R=1$, $C=1$, $L=1$.
- 1P Skizzieren Sie Antwort für $t=0$ bis $t=10$.
- 2P Bestimmen Sie die Antwort auf $x(t)=\cos(t)$ für die normierten Werte.
- 1P Skizzieren Sie Antwort für $t=0$ bis $t=10$.

Lösung Aufgabe 3a

$$\frac{u_a}{u_e} = \frac{s \cdot L + \frac{1}{s \cdot C}}{R + s \cdot L + \frac{2}{s \cdot C}} = \frac{LCs^2 + 1}{L \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 2}$$

$$G(s) = \frac{s^2 + \frac{1}{L \cdot C}}{s^2 + \frac{R}{L} \cdot s + \frac{2}{L \cdot C}}$$

Lösung b

$$G(s) = \frac{s^2 + 1}{s^2 + s + 2}$$

Lösung c

$$\ddot{u}_a + \dot{u}_a + 2 \cdot u_a = \ddot{u}_e + u_e$$

Lösung Aufgabe d



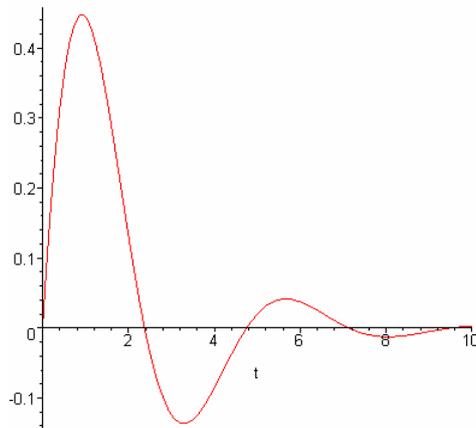
$$Y(s) = G(s) \cdot X(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s^2 + 1} \quad \text{Bem.: L - TRF von } \sin(t)$$

$$G(s) = \frac{s^2 + 1}{s^2 + s + 2} \cdot \frac{1}{s^2 + 1}$$

```
> g(t):=invlaplace((s^2+1)*1/((s^2+s+2)*(s^2+1)), s, t);
```

$$g(t) := \frac{2}{7} \sqrt{7} e^{\left(-\frac{t}{2}\right)} \sin\left(\frac{\sqrt{7} t}{2}\right)$$

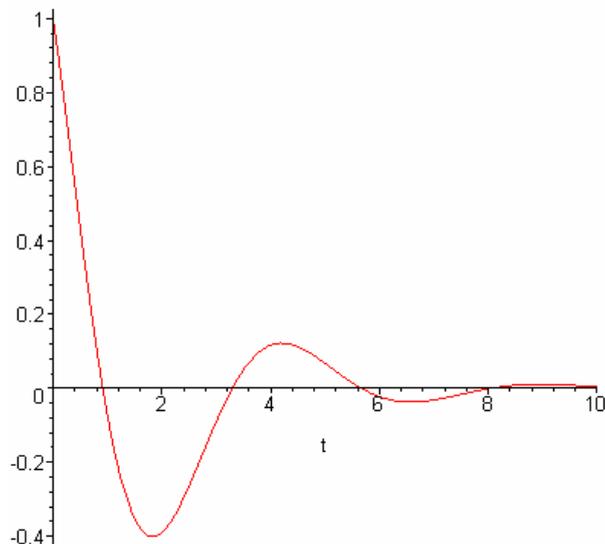
```
> plot(2/7*7^(1/2)*exp(-1/2*t)*sin(1/2*7^(1/2)*t), t=0..10);
```



```
> g(t):=invlaplace((s^2+1)*s/((s^2+s+2)*(s^2+1)), s, t);
```

$$g(t) := e^{\left(-\frac{t}{2}\right)} \cos\left(\frac{\sqrt{7} t}{2}\right) - \frac{1}{7} \sqrt{7} e^{\left(-\frac{t}{2}\right)} \sin\left(\frac{\sqrt{7} t}{2}\right)$$

```
>> plot(exp(-1/2*t)*cos(1/2*7^(1/2)*t)-1/7*7^(1/2)*exp(-1/2*t)*sin(1/2*7^(1/2)*t), t=0..10);
```





4 FIR-Filter (10 Punkte)

Eine Bandsperre mit den Grenzfrequenzen $f_{\text{oben}} = 500\text{Hz}$ und $f_{\text{unten}} = 300\text{Hz}$ ist als FIR-Filter für $N=6$ zu entwerfen. Die Abtastfrequenz beträgt $f_a = 5\text{ kHz}$.

a) (6P) Berechnen Sie die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{n\text{FIR}} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

b) (4P) Berechnen und skizzieren Sie die Antwort $y[n]$ auf einen Impuls $x[n]$ der Breite 5 des FIR-Filters.

Lösung:

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * \text{si}\left(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}\right) = a_{-k} \quad \text{Formel für TP}$$

Bandsperre = Allpass - (Tiefpass_Oben - Tiefpass_Unten)

$$a_{\text{kBSP}} = a_{\text{Allpass}} - (a_{\text{kTPo}} - a_{\text{kTPu}}) \quad (1 \text{ Punkt})$$

0,043	a_8	a_{-8}
0,065	a_7	a_{-7}
0,072	a_6	a_{-6}
0,061	a_5	a_{-5}
0,033	a_4	a_{-4}
-0,005	a_3	a_{-3}
-0,042	a_2	a_{-2}
-0,07	a_1	a_{-1}
0,92		a_0

Mit Excel oder mit Matlab

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

$$y_n = +0,043 * x_{n+8} + 0,065 * x_{n+7} + 0,072 * x_{n+6} + 0,061 * x_{n+5} + 0,033 * x_{n+4}$$

$$- 0,005 * x_{n+3} + 0,042 * x_{n+2} - 0,07 * x_{n+1} + 0,92 * x_n$$

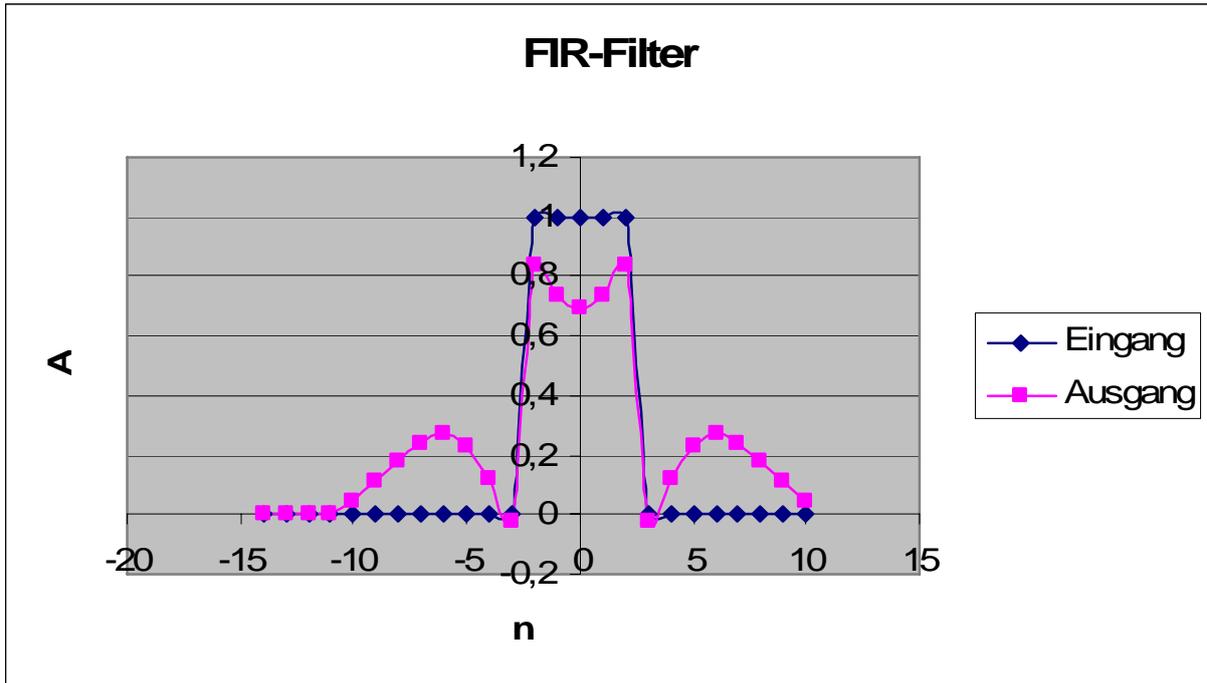
$$- 0,07 * x_{n-1} - 0,042 * x_{n-2} - 0,005 * x_{n-3} + 0,033 * x_{n-4}$$

$$+ 0,061 * x_{n-5} + 0,072 * x_{n-6} + 0,065 * x_{n-7} + 0,03 * x_{n-8}$$

(5 Punkte)



	Eingang	Ausgang
-18	0	0
-17	0	0
-16	0	0
-15	0	0
-14	0	0
-13	0	0
-12	0	0
-11	0	0
-10	0	0,043
-9	0	0,108
-8	0	0,18
-7	0	0,241
-6	0	0,274
-5	0	0,226
-4	0	0,119
-3	0	-0,023
-2	1	0,836
-1	1	0,733
0	1	0,696
1	1	0,733
2	1	0,836
3	0	-0,023
4	0	0,119
5	0	0,226
6	0	0,274
7	0	0,241
8	0	0,18
9	0	0,108
10	0	0,043
11	0	0
12	0	0
13	0	0
14	0	0
15	0	0





5 Allgemeine Fragen

- a) (1P) Sie kaufen für ihre Eltern einen neuen Fernseher. Papi möchte die Fussball-WM 2006 in HDTV sehen. Was ist zu beachten?
 - b) (1P) Sie haben einen neuen PC mit Centrino-Technik. Bei der Mensa wurde ein Access-Point eingerichtet. Wie gelangen Sie ins Web und was ist zu beachten?
 - c) (1P) Welche mathematischen Operation im Frequenzbereich entspricht die Multiplikation im Zeitbereich?
 - d) (1P) Welche Bedingung muss bei periodischen Signalen erfüllt sein?
-
- a) HDready – Symbol / Siegel – Auflösung von mindestens: 1280x720 besser 1920x1080
 - b) Über VPN der Hochschule
 - c) Der Faltung
 - d) $f(t_0) = f(t_0 + T)$