



**Prüfung:** Informationstechnik  
**Termin:** Mittwoch, 14.07.2004  
11:30 – 13:30  
**Prüfer:** Prof. J. Walter  
**Hilfsmittel:** beliebig / Kein Internetzugang

<b>Name:</b>	_____
<b>Vorname:</b>	_____
<b>Projekt:</b>	_____

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

<b>Aufgabe</b>	<b>mögl. Punkte</b>	<b>erreichte Punkte</b>
<b>1</b>	<b>14</b>	
<b>2</b>	<b>14</b>	
<b>3</b>	<b>10</b>	
<b>4</b>	<b>10</b>	
<b>5</b>	<b>9</b>	
<b>Gesamt</b>	<b>50</b>	
	<b>Note</b>	

**Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.**

**Viel Erfolg**

**Bemerkung:**

**Sie können die Vorder- und Rückseite benutzen. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.**



## 1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (14 Punkte)

Die Funktion:  $\cos(x) + 1$  soll im Bereich  $1 \leq x \leq 5.2$  optimal durch eine Parabel  $y(x) = a + bx + cx^2$  angenähert werden.

- Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel
- Skizzieren Sie das Ergebnis

**Lösung:**

$$f(x) = \cos(x) + 1$$

$$y(x) = a + b \cdot x + c \cdot x^2$$

$$S = \int_1^{5.2} [(\cos(x) + 1) - (a + b \cdot x + c \cdot x^2)]^2 dx$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \int_1^{5.2} \frac{\partial}{\partial a} (\cos(x) + 1 - (a + b \cdot x + c \cdot x^2))^2 dx = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \int_1^{5.2} \frac{\partial}{\partial b} (\cos(x) + 1 - (a + b \cdot x + c \cdot x^2))^2 dx = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial c} = \int_1^{5.2} \frac{\partial}{\partial c} (\cos(x) + 1 - (a + b \cdot x + c \cdot x^2))^2 dx = 0$$

$$0 = -4.950148719 + 93.07200000 c + 26.04 b + 8.4 a$$

$$0 = -15.02555834 + 26.04 a + 365.0808000 c + 93.07200000 b$$

$$0 = 93.07200000 a + 365.0808000 b - 58.09547032 + 1520.416128 c$$

$$\{ c = 0.3602458401, b = -2.259431456, a = 3.602017024 \}$$

$$y = 3.602 - 2.259 \cdot x + 0.360 \cdot x^2$$



Lösung mit Maple:

```
> GLa:=0=diff(int(((cos(x)+1)-(a+b*x+c*x*x))^2, x=1..5.2),a);  
GLa := 0 = -4.950148719 + 93.07200000 c + 26.04 b + 8.4 a
```

```
> GLb:=0=diff(int(((cos(x)+1)-(a+b*x+c*x*x))^2, x=1..5.2),b);  
GLb := 0 = -15.02555834 + 26.04 a + 365.0808000 c + 93.07200000 b
```

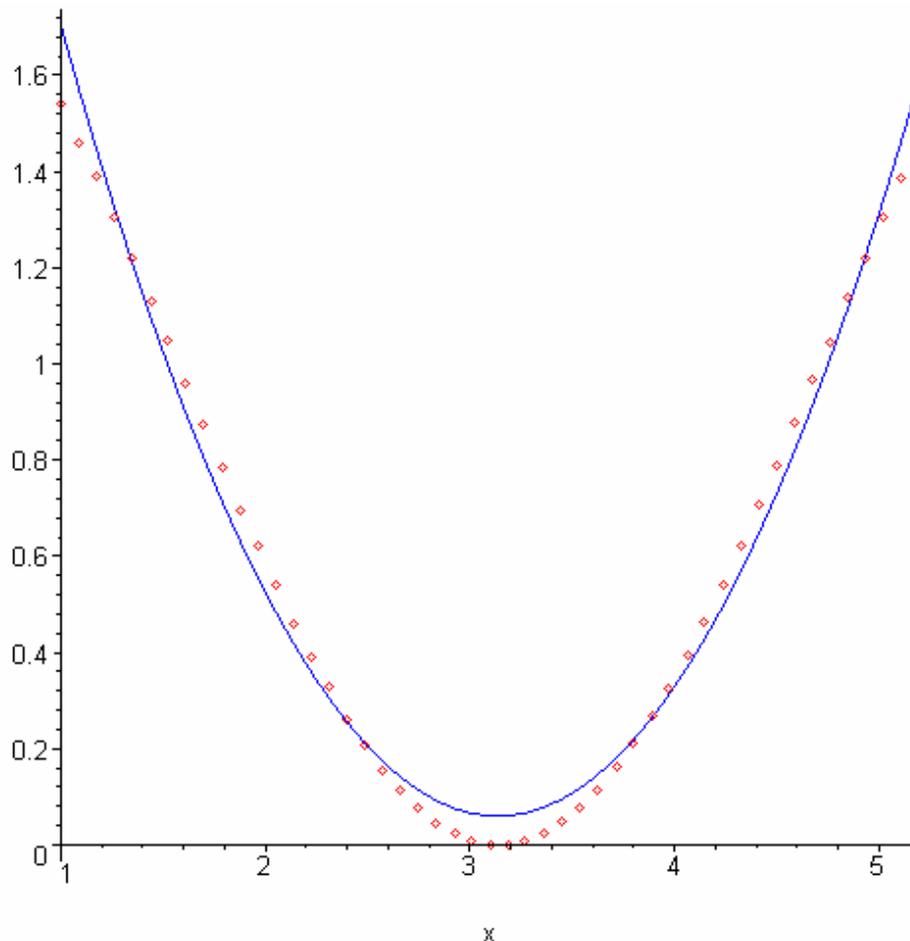
```
> GLc:=0=diff(int(((cos(x)+1)-(a+b*x+c*x*x))^2, x=1..5.2),c);  
GLc := 0 = 93.07200000 a + 365.0808000 b - 58.09547032 + 1520.416128 c
```

```
> solve({GLa, GLb, GLc},{a,b,c});  
{ c = 0.3602458401, b = -2.259431456, a = 3.602017024 }
```

```
> y(x):=3.602017024-2.259431456*x+.3602458401*x*x;  
y(x) := 3.602017024 - 2.259431456 x + 0.3602458401 x2
```

```
> f(x):=cos(x)+1;  
f(x) := cos(x) + 1
```

```
> plot([f(x),y(x)], x=1..5.2, color=[red,blue],  
style=[point,line]);
```





## 2. DFT (14 Punkte)

Ein Sinus (Amplitudenwerte +1, -1) und ein Cosinus mit der Frequenz 100 Hz wird mit der Blockgröße  $N=10$  abgetastet. Die Messzeit ist 20ms. Die Abtastwerte finden Sie auf der nächsten Seite

- 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
- 1P Skizzieren Sie den Sinus und die Abtastwerte in Bild 1.
- 1P Skizzieren Sie den Cosinus und die Abtastwerte in Bild 1.
- 7P Berechnen Sie aus den Abtastwerten die skalierte DFT für  $m=0$ ,  $m=1$ ,  $m=2$ ,  $m=3$ ,  $m=4$ ,  $m=5$
- 2P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum für Sinus und Cosinus.
- 2P Erklären Sie das Ergebnis

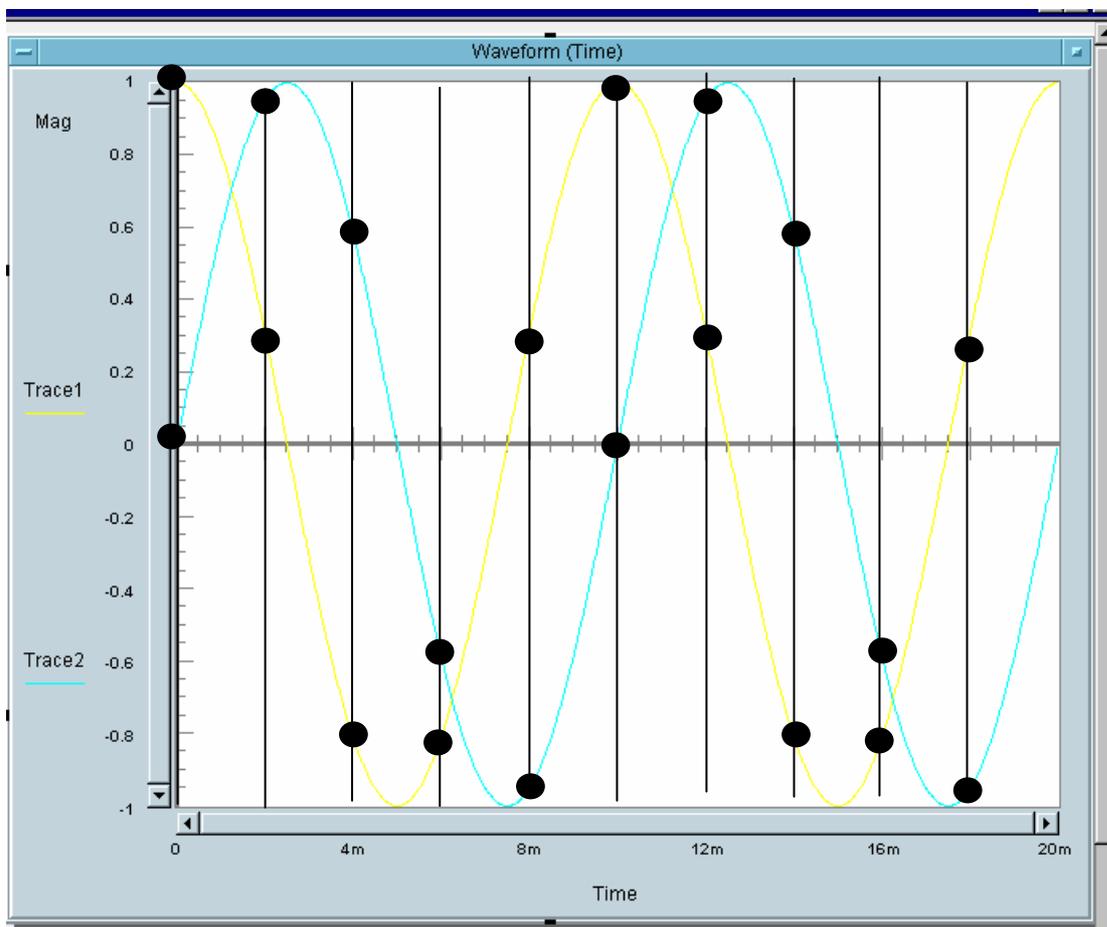


Bild 1: Sinus und Cosinus mit den Abtastpunkten



n=	sin	cos	t/ms
0	0	1	<b>0</b>
1	0,95	0,31	<b>2</b>
2	0,59	-0,81	<b>4</b>
3	-0,59	-0,81	<b>6</b>
4	-0,95	0,31	<b>8</b>
5	0	1	<b>10</b>
6	0,95	0,31	<b>12</b>
7	0,59	-0,81	<b>14</b>
8	-0,59	-0,81	<b>16</b>
9	-0,95	0,31	<b>18</b>

Lösung d :

m-te Schwingung	sin(wt)	cos(wt)
m=0	<b>0</b>	<b>0</b>
m=1	<b>0</b>	<b>0</b>
m=2	<b>1</b>	<b>1</b>
m=3	<b>0</b>	<b>0</b>
m=4	<b>0</b>	<b>0</b>
m=5	<b>0</b>	<b>0</b>

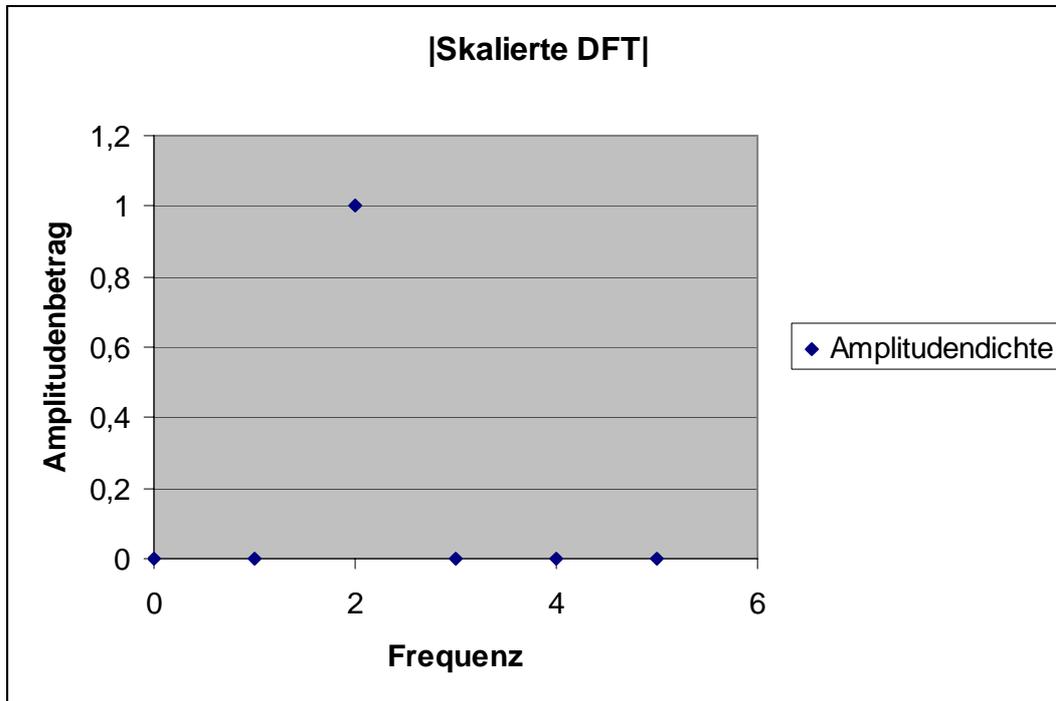
Die Werte wurden mit der Formel für die skalierte DFT berechnet :

$$|s_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[ \cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

Der Mittelwert wurde m=0 wurde extra berechnet.



Lösung e



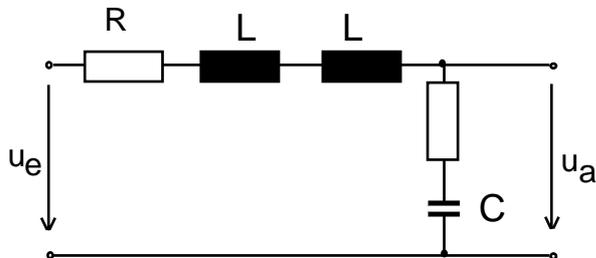
Grundfrequenz = 50 Hz

f) Beim Betragsspektrum geht die Information bezüglich der Phase verloren. Hierdurch kann nicht mehr zwischen Sinus und Cosinus unterschieden werden. Die Grundfrequenz wird durch die Fensterbreite bestimmt -> 50Hz. Es tritt die zweite Harmonische auf -> 100Hz.



### 3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (10 Punkte)

Erstellen Sie für die nachfolgende Schaltung die Übertragungsfunktion.



Schaltung mit R, L und C

- 3P Erstellen Sie die Übertragungsfunktion  $G_1(s)$  – Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.
- 1P Erstellen Sie die Übertragungsfunktion  $G(s)$  für die normierten Werte  $R=1$ ,  $C=1$ ,  $L=1$ .
- 2P Erstellen Sie die Differentialgleichung für den Zeitbereich ( System ist am Anfang in Ruhe).
- 2P Bestimmen Sie die Sprungantwort für die normierten Werte  $R=1$ ,  $C=1$ ,  $L=1$ .
- 2P Skizzieren Sie die Sprungantwort für  $t=0$  bis  $t=15$ .

#### Lösung Aufgabe 3a

$$\frac{u_a}{u_e} = \frac{R + \frac{1}{s \cdot C}}{R + 2 \cdot s \cdot L + R + \frac{1}{s \cdot C}} = \frac{RCs + 1}{2 \cdot L \cdot C \cdot s^2 + 2 \cdot R \cdot C \cdot s + 1}$$
$$G(s) = \frac{\frac{R \cdot C \cdot s}{2 \cdot L \cdot C} + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}{s^2 + \frac{2 \cdot R \cdot C \cdot s}{2 \cdot L \cdot C} + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}} = \frac{\frac{R}{2 \cdot L} \cdot s + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}{s^2 + \frac{R}{L} \cdot s + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}$$

#### Lösung b

$$G(s) = \frac{\frac{s}{2} + \frac{1}{2}}{s^2 + s + \frac{1}{2}}$$

#### Lösung c

$$\ddot{u}_a + \dot{u}_a + \frac{1}{2} \cdot u_a = \frac{1}{2} \cdot \dot{u}_e + \frac{1}{2} u_e$$



## Lösung Aufgabe d

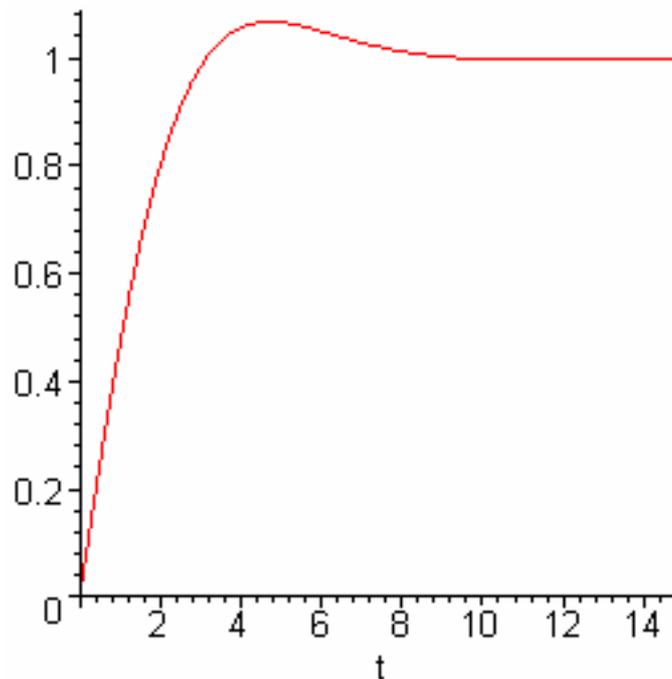
$$Y(s) = G(s) \cdot X(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s} \quad \text{Bem.: L - TRF von Sprung ist } \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{\frac{s}{2} + \frac{1}{2}}{s^2 + s + \frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$g(t) = 1 - \cos(0.5 \cdot t) \cdot e^{-0.5t}$$

Mit Maple:

```
> with(inttrans):  
> assume(a>0):  
> invlaplace(((s/2)+0.5)/((s^2+s+0.5)*s), s, t);  
1. - 1. e(-0.5000000000 t) cos(0.5000000000 t)  
> plot(1.-1.*exp(-.5000000000*t)*cos(.5000000000*t), t=0..15);
```





4 FIR-Filter (10 Punkte)

Eine Bandsperrfilter mit den Grenzfrequenzen  $f_{\text{oben}} = 1200\text{Hz}$  und  $f_{\text{unten}} = 800\text{Hz}$  ist als FIR-Filter für  $N=5$

zu entwerfen. Die Abtastfrequenz beträgt  $f_a = 12\text{ kHz}$ .

a) Berechnen Sie die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{n\text{FIR}} = \left[ \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

b) Berechnen und skizzieren Sie die Impuls-Antwort des FIR-Filters.

Lösung:

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * \text{si}\left(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}\right) = a_{-k}$$

Formel für TP

Bandsperrfilter = Allpass - (Tiefpass\_Oben - Tiefpass\_Unten)

$$a_{\text{kBSP}} = a_{\text{kAP}} - (a_{\text{kTPo}} - a_{\text{kTPu}}) \quad (1 \text{ Punkt})$$

0,055	$a_5$	$a_{-5}$
0,032	$a_4$	$a_{-4}$
0	$a_3$	$a_{-3}$
-0,033	$a_2$	$a_{-2}$
-0,058	$a_1$	$a_{-1}$
0,933		$a_{-0}$

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

$$y_n = 0,055 * x_{n+5} + 0,032 * x_{n+4} + 0 * x_{n+3} - 0,033 * x_{n+2} - 0,058 * x_{n+1} + 0,933 * x_n$$

$$- 0,058 * x_{n-1} - 0,033 * x_{n-2} + 0 * x_{n-3} + 0,032 * x_{n-4} + 0,055 * x_{n-5}$$

( 5 Punkte )



Berechnung mit Excel:

n	xn – Eingang	yn- Ausgang
-10	0	0
-9	0	0
-8	0	0
-7	0	0
-6	0	0
-5	0	0,055
-4	0	0,032
-3	0	0
-2	0	-0,033
-1	0	-0,058
0	1	0,933
1	0	-0,058
2	0	-0,033
3	0	0
4	0	0,032
5	0	0,055
6	0	0
7	0	0
8	0	0
9	0	0
10	0	0

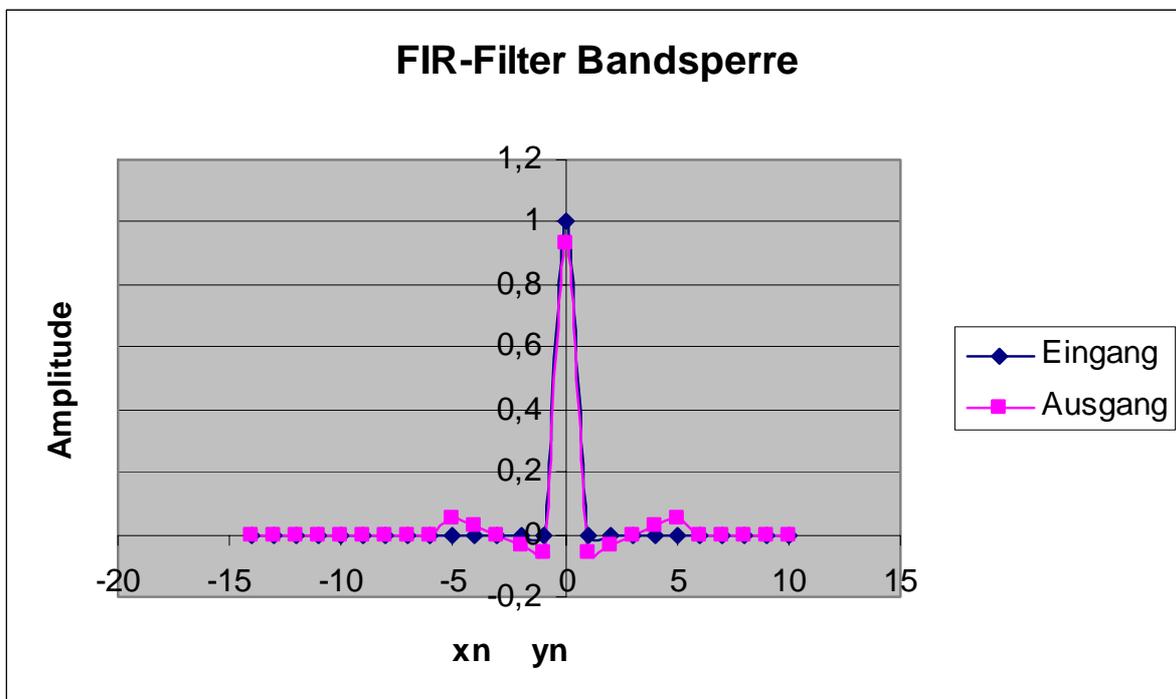
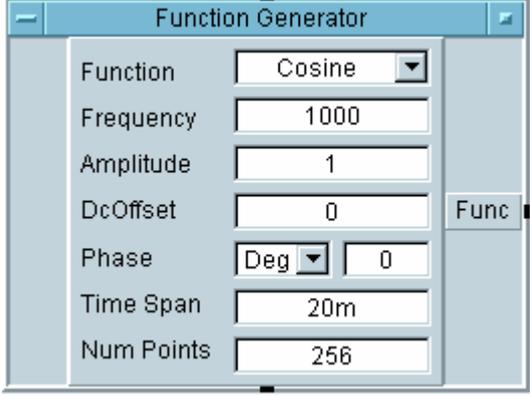
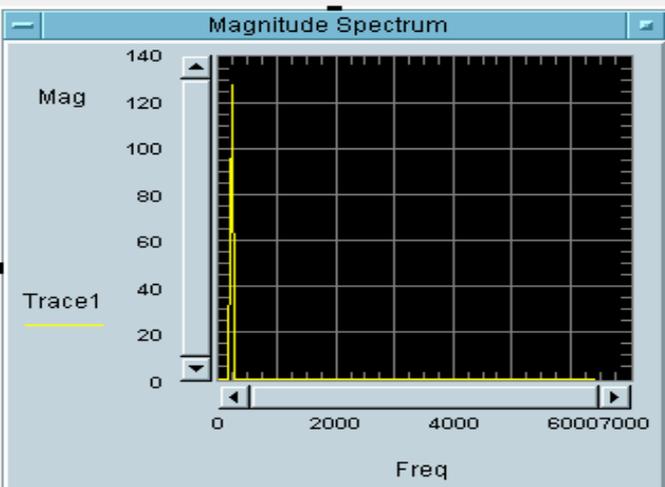
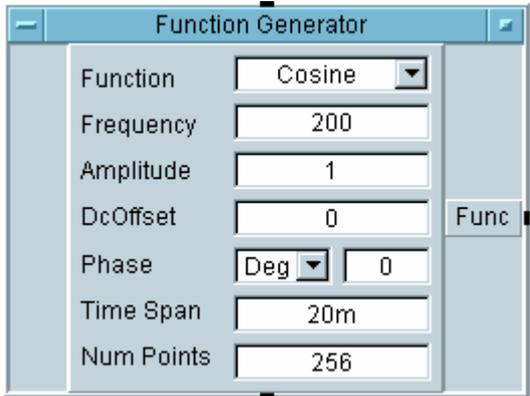
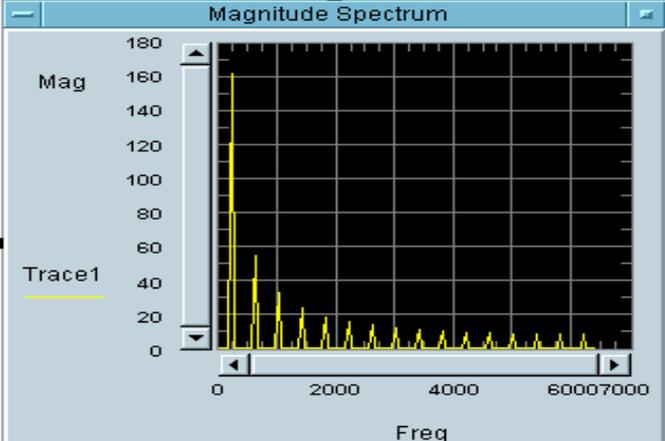
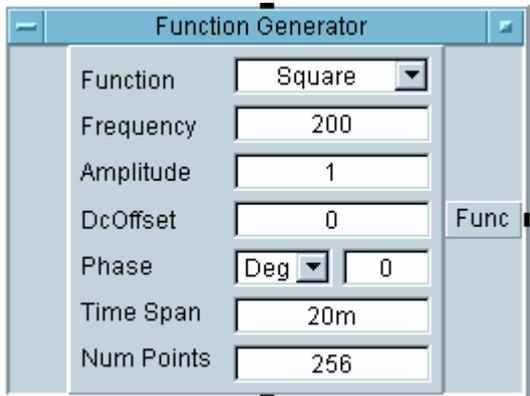
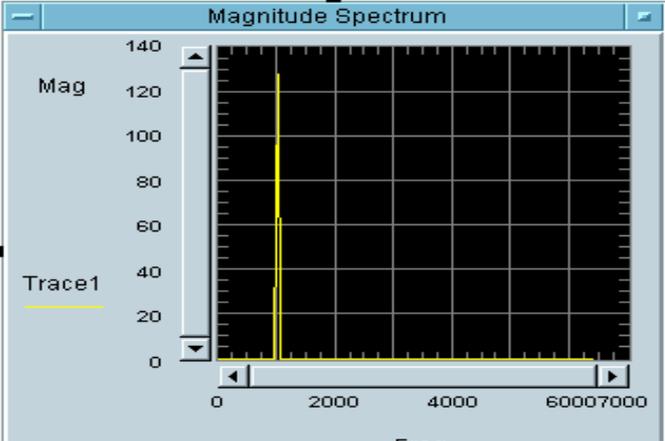


Bild: Bandsperre mit FIR-Filter



5 Ordnen Sie richtig zu: (2P)

A = 3 B = 1 C = 2

<p><b>A</b></p>  <p>Function: Cosine Frequency: 1000 Amplitude: 1 DcOffset: 0 Phase: Deg 0 Time Span: 20m Num Points: 256</p>	<p><b>1</b></p>  <p>Magnitude Spectrum Mag: 0 to 140 Freq: 0 to 7000 Trace1</p>
<p><b>B</b></p>  <p>Function: Cosine Frequency: 200 Amplitude: 1 DcOffset: 0 Phase: Deg 0 Time Span: 20m Num Points: 256</p>	<p><b>2</b></p>  <p>Magnitude Spectrum Mag: 0 to 180 Freq: 0 to 7000 Trace1</p>
<p><b>C</b></p>  <p>Function: Square Frequency: 200 Amplitude: 1 DcOffset: 0 Phase: Deg 0 Time Span: 20m Num Points: 256</p>	<p><b>3</b></p>  <p>Magnitude Spectrum Mag: 0 to 140 Freq: 0 to 7000 Trace1</p>